

MP20 - Induction, auto-induction

Clément (de la Salle et Colléaux)

16 avril 2020

Niveau : L3

Bibliographie

↗ Quaranta IV

The best

Prérequis

-
-
-

Expériences



Table des matières

Table des matières	1
1 Loi de Faraday	2
2 Auto-induction	3
3 Induction mutuelle	4
3.1 Bobines imbriquées	4
3.2 Circuits RLC couplés par induction mutuelle	6

1 Loi de Faraday

But

Retrouver expérimentalement quelques caractéristiques de la loi de Lenz-Faraday

La formule qui est à la base de l'induction est la formule de Lenz-Faraday :

Rappel : loi de Lenz-Faraday

Soit un circuit électrique \mathcal{C} dans lequel règne un champ magnétique \vec{B} . On note $\varphi = \iint_{S/\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$ le flux du champ magnétique à travers ce circuit de normale $d\vec{S}$. La loi de Lenz-Faraday stipule qu'il apparaît alors une différence de potentiel U aux bornes de ce circuit :

$$U = -\frac{d\varphi}{dt}$$

Deux cas d'induction

Au vu de la dépendance en la dérivée temporelle du flux, il existe deux cas d'induction :

- l'induction de Neumann où le circuit est fixe et le champ \vec{B} dépend du temps
- l'induction de Lorentz où le circuit est mobile et le champ constant

Il s'agira, dans cette présentation, de toujours préciser le cas d'induction étudié.

On se propose alors de vérifier expérimentalement quelques caractéristiques de cette loi dans le cadre de l'induction de Neumann.

Dans le cadre de l'induction de Neumann, il s'agit de créer un champ magnétique dépendant du temps (et si possible de façon simple genre sinusoïdalement). On utilise alors deux bobines placées en configuration Helmholtz pour créer un champ magnétique uniforme et constant :

$$\vec{B}(I) = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N}{R} I \vec{e}_z$$

avec N le nombre de spires des bobines, R leur rayon, \vec{e}_z le vecteur reliant les deux centres des bobines et $8 = 4 \times 2$.

La notice du dispositif déjà monté P77.4 permet d'obtenir la valeur du coefficient numérique : $B(I) = 1.356 \times 10^{-3} I$.

Si on alimente les bobines avec une tension, et donc un courant I , sinusoïdale de pulsation ω $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, le champ \vec{B} est donc bien sinusoïdal comme voulu.

Il faut maintenant introduire un circuit électrique **fixe** dans ce champ. On prend une autre bobine que l'on place entre les deux bobines. On note alors θ l'angle entre sa normale et \vec{z}_z et n son nombre de spires. On peut alors écrire la différence de potentiel qui va apparaître à ses bornes par induction :

$$U = -\frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N n}{R} I_0 \omega \sin \omega t \cos \theta \quad (1.1)$$

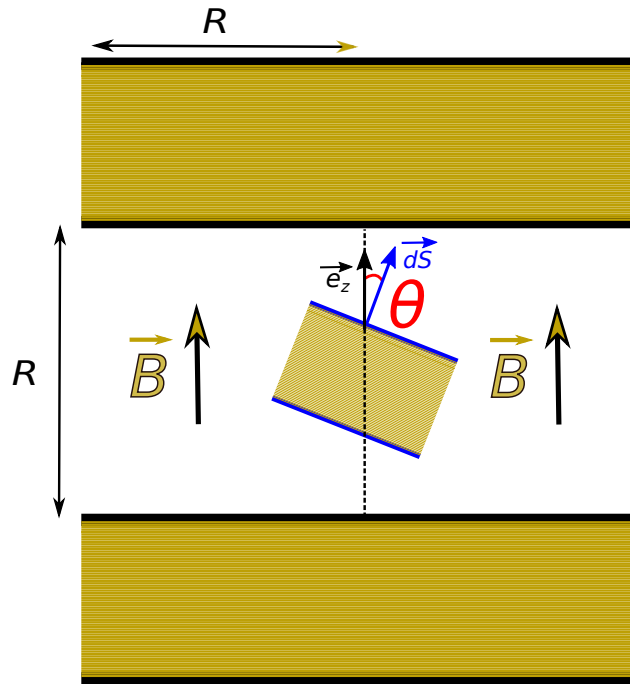


FIGURE 1.1 – Caption

La théorie est finie, place à la pratique!

Expérience : Étude expérimentale de la loi de Lenz-Faraday

🔗 TP, Quaranta IV, BUP 536

⌚ 6/7 min

- Utiliser les bobines P77.4 et les alimenter en configuration Helmholtz (les espacer d'une distance égale à leur rayon) avec un GBF (sinusoïdal, 100 Hz, 20V) et utiliser un ampèremètre pour mesurer I_0
- Introduire la bobine entre les deux et trouver un moyen de mesurer l'angle θ
- Pour montrer la dérivée, on peut montrer que la **différence de potentiel est proportionnelle à la pulsation** de l'alimentation des bobines (qualitative ou quantitative avec régression linéaire) et/ou **montrer le déphasage** entre la tension aux borne de la bobine et la tension d'excitation des 2 Helmholtz (qualitatif)
- On peut aussi montrer que la différence de potentiel est proportionnelle à I_0 , ie à l'amplitude du signal d'excitation des Helmholtz (qualitative ou quantitative avec régression linéaire)
- On peut montrer la proportionnalité de la ddp avec $\cos \theta$ par régression linéaire. Bien penser dans ce cas là à mesurer la ddp à θ et à $-\theta$ pour avoir une mesure moyenne plus précise (aller de 10 à 90 degrés). On attend alors une modélisation linéaire mais en prendre une affine pour pallier à tout problème de définition de l'origine des angles. Si on prend $U = -k \frac{d\phi}{dt}$ alors un régression linéaire de U en fonction de $\frac{d\phi}{dt}$ permet de montrer $k = 1$

2 Auto-induction

Un flux magnétique à travers un enroulement créer donc un courant i , mais ce courant, va lui aussi créer un flux à son tour... On distingue donc le flux extérieur ϕ_{ext} du flux propre ϕ_p . La loi de FARADAY s'écrit donc :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\phi_{ext} + \phi_p)$$

Et on peut définir l'inductance propre L telle que

$$\phi_p = Li \implies e = -L \frac{di}{dt} - \frac{d\phi_{ext}}{dt}$$

Il existe plusieurs manières de faire :

- Vérification de $U = L \frac{di}{dt}$: [⚡ Quaranta p.43](#)
- Par résonance : [⚡ Quaranta p.54](#)
- Par pont de MAXWELL : [⚡ Quaranta p.55](#)

La résonance de RLC est pas mal parce que simple :) Le pont de MAXWELL est cool vu que c'était utilisé avant dans les RLC-mètres... La première méthode ressemble trop à celle qui suit en troisième partie. On peut cependant la faire et choisir de ne faire que la deuxième expérience en troisième partie.

Bref détaillons vite-fait la résonance :

But

Mesure L par résonance d'un circuit RLC

Aux bornes de la résistance, on a la fonction de transfert suivante :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Expérience : Mesure de L par résonance de RLC

⚡ Quaranta p.54

⌚ 10 min

Avec la méthode de LISSAJOUS (mode XY), retrouver la fréquence de résonance. On peut prendre une boîte de capacité variable afin de faire une régression linéaire :

$$\frac{1}{\omega_0^2} = f(C)$$

Blablabla, si c'est trop rapide, comme je le disais, on peut préférer la méthode 1 [⚡ Quaranta p.43](#) et dans ce cas en partie 3, on ne fait que la méthode de dégénérescence des pulsations propres.

3 Induction mutuelle

Il existe plein de façons de mesurer un coefficient d'inductance mutuelle (merci CTRL + F) :

- Classique, pas ouf : [⚡ Quaranta p.107](#)
- Levée de dégénérescence sur deux circuits RLC : [⚡ Quaranta p.108 + Fascicule d'élec p.66](#)
- Avec un fluxmètre (que l'on peut créer soit même cf. MP15) : [⚡ Quaranta p.191](#)
- Avec pont de MAXWELL : [⚡ Leçon 2018](#)
- Bobines imbriquées et loi de LENZ : [⚡ Quaranta p.227](#)

Perso je trouve la dernière plus simple et assez cool puisqu'on retrouve facilement LENZ et FARADAY (notamment le fait qu'il y ait une dérivée)... On peut aussi ajouter la levée de dégénérescence des pulsations propres de deux circuits RLC couplés qui est assez belle (on peut voir les fréquences bouger sur le spectre en fonction de l'écartement des bobines), et qui fait le lien avec la partie précédente.

3.1 Bobines imbriquées

Bon je vais écrire deux trois trucs mais globalement c'est très clair dans le Quaranta !

But

Vérifier la loi de FARADAY (avec modération de LENZ dans le signe -) et mesurer une inductance mutuelle :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -M\frac{di}{dt}$$

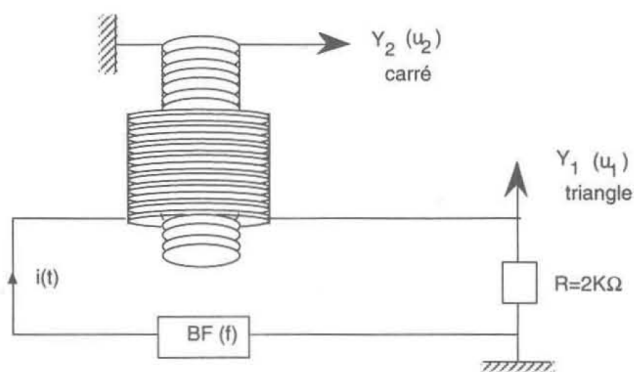


FIGURE 3.1 – Schéma du montage

Suffit de balancer un signal en entrée et de vérifier qu'on a bien un truc proportionnel à l'opposé de sa dérivée... Envoyer des triangles chelous c'est bien parce que ça donne des créneaux donc c'est visuel.

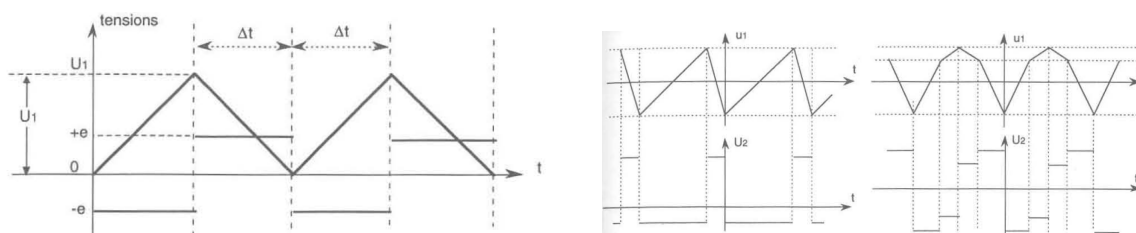


FIGURE 3.2 – Types de signaux d'entrée que l'on peut envoyer et leur sortie correspondante.

Expérience : Mesure de M

☞ Quaranta IV p.227

⊙ 5 min

Matos Dispositif P59.4 (Bobines imbriquées), GBF, boîte à décade, Oscillo

Protocole Envoyer différents signaux, mesurer Δt et ΔU à l'oscillo avec les curseurs. Faire de même pour relever $|e|$. Faire la régression linéaire :

$$|e| = \frac{M}{R} \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

Et remonter à M (mesurer R à l'Ohmmètre!). Envoyer $V_{pp} = 20V$ et $f \in [50, 200]$ Hz

Linéaire ou affine ?

Selon Marc VINCENT, quand on veut vérifier une loi linéaire, faut faire linéaire...
Sauf si l'on sait trouver une erreur systématique qui justifierait le fit affine.

3.2 Circuits RLC couplés par induction mutuelle

But

Illustrer la levée de dégénérescence des fréquences propres et remonter à l'inductance mutuelle M d'une autre manière.

Lorsque l'on couple deux circuits de même résonance $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (attention, L et C ne seront pas tout à fait les mêmes!), avec une inductance mutuelle M on observe deux fréquences de résonance :

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm K}} \quad \text{avec} \quad K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1$$

Expérience : Dégénérescence des pulsations propres par couplage inductif

☛ Quaranta IV p.107 + Fascicule Elec p.66

⊖ 10 min

L'expérience est décrite dans le Quaranta, mais avec le matériel disponible, voici plutôt comment procéder :

1. Utiliser les bobines de HELOMLTZ P64.18, elle sont fines, on peut donc facilement définir la distance qui les sépare d .
2. Faut balancer du gros courant donc utiliser un ampli de puissance HSA 4055 P47.6 ou 4011 P47.5 et des rhéostat de 33Ω à l'inducteur et à l'induit (attention à la valeur consigne dans les bobines et les rhéostats toutefois! Relever les courants avec des ampèremètres pour contrôler ça...)
3. Commencer par mesurer les valeurs de L au RLC-mètre à l'inducteur et à l'induit. Choisir $C_1 = 10 \text{ nF}$ environ et prendre une capacité variable à l'induit...
4. À l'aide de cette capacité variable, accorder les deux circuits (penser à les découpler, c-a-d les espacer au maximum... Pas besoin d'amplifier pour cette étape!)
5. Alors on peut procéder à la vraie expérience : rapprocher les bobines et avec la méthode indicelle et LatisPro (ou n'importe quoi d'autre), trouver les pulsations de résonance ω_{\pm}
6. Calculer $\left(\frac{\omega_0}{\omega_{\pm}}\right)^2 = 1 \pm K$ et remonter ainsi à M
7. Écarter un peu les bobines et recommencer... On devrat retrouver la loi empirique $M \propto d^{-3}$.

Accorder deux circuits RLC

On cherche avec la méthode de LISSAJOUS (phase nul entre l'entrée et la sortie) la fréquence de résonance de l'inducteur. On ajuste ensuite la capacité de l'induit jusqu'à ce que la fréquence de résonance soit la bonne. On s'attend à un truc dans les 40 kHz paraît-il...

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Loi empirique en d^{-3}

Paraît qu'avec BIOT-SAVART ça sent...

S'amuser un peu

On peut faire joujou avec les grandeurs et voir ce qu'elles modifient (attention toujours au courant !!!)... Typiquement, augmenter R diminue l'acuité des résonances, le pic le plus grand est celui correspondant au plus grand facteur de qualité.

RLC-mètre

Avant l'apparition des transistors, on utilisait des ponts de mesure, tels le pont de MAXWELL (cf. deuxième partie). Mais maintenant, on envoie un signal et on mesure à la sortie la composante en phase (composante résistive) et la composante en quadrature (capacitif et inductif) grâce à une détection synchrone :
Si on a un signal en $\cos(\omega t + \varphi)$ et qu'on le multiplie par $\cos(\omega t)$, on trouve une composante $\cos \varphi$.