

# MP 17 – MÉTAUX

21 mars 2020

Clément (de la Salle & Colléaux )

## Bibliographie

✍ Jolidon

## Prérequis

➤ MDR

➤

➤

➤

## Expériences

✍ Flexion d'une poutre

✍ Diffusion thermique (module Peltier)

✍ Caractérisation de  $R(T)$

## Table des matières

1	Étude électrique : étude de la résistance	2
2	Étude thermique : étude de la diffusion thermique	3
3	Étude mécanique : étude de la flexion d'une poutre	5
4	Compléments (non évoqué à l'oral)	6

# 1 Étude électrique : étude de la résistance

Intéressons-nous pour commencer à la dépendance de la résistance d'un matériau avec la température. Il est nécessaire de quantifier cette dépendance d'un point de vue industriel, la loi d'Ohm, très utilisée, n'est valable qu'à une valeur de  $R$  constante, il faut savoir si un changement de température, tel qu'il peut intervenir sur un système industriel réel, va sensiblement changer  $R$  et ainsi si la loi d'Ohm reste toujours valable.

Ainsi, nous allons essayer de vérifier la variation théorique de  $R$  avec  $T$  qui fait intervenir la résistivité  $\rho$  du matériau, donnée indépendante de sa géométrie. Dans le cadre d'un fil électrique constitué d'un métal de section  $S$  et de longueur  $l$ , on a  $R = \frac{\rho l}{S}$ . Dans la gamme de température ambiante,  $\rho$  est une fonction affine de  $T$  :

$$\rho(\Theta) = \alpha\Theta + \rho_0 \tag{1}$$

Ainsi, pour un fil électrique,  $R$  est aussi une fonction affine de  $T$ , ce que l'on va chercher à vérifier.

Dispositif expérimental :

- Nous mesurerons la résistance du bobinage grâce à un ohmmètre quatre fils (voir l'encadré)
- Nous utiliserons un courant continu pour bien utiliser les résistances et résistivités statiques et négliger des effets inductifs dus à la géométrie du matériau
- Nous utiliserons un câble de cuivre de longueur  $l = (17.15 \simeq 0.05)$  m et de diamètre  $d = (0.840 \simeq 0.002)$  mm enroulé comme une bobine mais sans effet inductif
- Les variations de la température seront réalisées grâce au refroidissement d'un bêcher d'eau chauffée à la bouilloire dans lequel plonge un thermomètre.

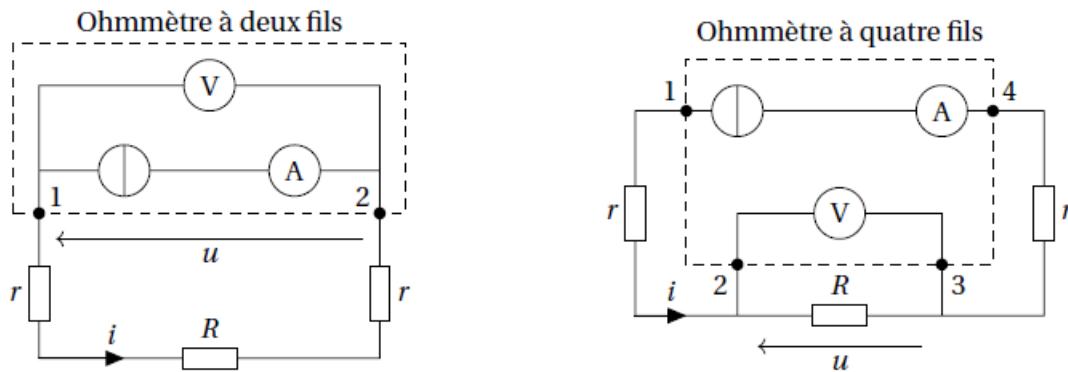


FIGURE 1 – Intérêt du montage quatre fils - Comparaison de montages électriques de mesure de résistance dits "à deux fils" et "à quatre fils".



**Caractérisation de  $R$  avec  $T$**

↗ FTCCLD ⊖ 5 min

- Une fois l'intégralité du bobinage immergée grâce à une potence, relever des couples de mesures  $(R, T)$  régulièrement (tous les 0.2 C)
- Une fois les données obtenues, tracer  $R$  en fonction de  $T$  et modéliser la courbe par une fonction affine dont les paramètres sont proportionnels aux  $\alpha_R$  et  $\rho_R$  de l'expression théorique
- On compare aux valeurs tabulées pour le cuivre :  $\alpha^{\text{tab}} = 6.676 \times 10^{-11} \Omega \text{ m K}^{-1}$  et  $\rho^{\text{tab}} = 1.543 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .  
Petit commentaire que pour le cuivre on a du  $10^{-9}$  pour  $\rho$  et pour du verre par exemple du  $10^{17}$

**Gestion des incertitudes**

Incertitudes de type B :

- lecture de la température :
- lecture de la résistance :

Propagation des incertitudes :

**Intérêt du montage quatre fils**

Dans ce montage, nous utilisons un montage dit "à quatre fils" pour mesurer la résistance de notre fil de cuivre. Voyons les caractéristiques d'un tel montage qui expliquent son utilisation ici. Le principe d'un ohmmètre commercial est d'imposer un courant  $i$  dans le circuit d'une résistance  $R$  et de mesurer la tension  $u$  à ses bornes. On revient à la valeur de la résistance directement avec la loi d'Ohm. Le problème de cette méthode dite "à deux fils" et présentée FIGURE?? est que l'on mesure la résistance de toute la branche du circuit contenant le dipole à étudier, la valeur de résistance retournée prend en compte la résistance des fils, des soudures modélisée par une résistance  $r$  parasite. On peut estimer la valeur de  $r$  à moins de  $0.5 \text{ m}\Omega$  donc négligeable lors de mesure de grandes résistances mais dont il faut tenir compte pour la mesure de petites valeurs de  $R$ .

Le montage quatre fils fonctionne sur le même principe d'une mesure de  $u$  et  $i$  mais l'apport de ce montage est de séparer ces deux mesures. Sous la forme d'un quadripôle, voire FIGURE??, l'ohmmètre impose toujours un courant  $i$  dans le circuit mais la mesure de la tension  $u$  se fait dans une maille différente. On suppose que le voltmètre ne modifie pas la valeur du courant grâce à sa résistance interne très élevée (environ  $1 \text{ M}\Omega$ ) et ceci est d'autant plus vrai que l'on s'intéresse à des faibles résistances  $R$ ... La mesure du courant qui traver  $R$  et de la tension **directement** à ses bornes permet d'avoir directement la valeur de  $R$  sans les résistances parasites.

## 2 Étude thermique : étude de la diffusion thermique

Nous allons maintenant nous intéresser à une autre caractéristique des métaux : leur bonne conductivité thermique. La grandeur qui permet de quantifier cette caractéristique est leur conductivité thermique  $\lambda$  qui intervient dans la loi de Fourier de la conduction, phénomène de transport de la chaleur dans les métaux :

$$\vec{j}_{diff} = -\lambda \vec{\text{grad}}T \quad (2)$$

En effectuant un bilan de puissance à un volume mésoscopique, on retrouve l'équation de diffusion, avec  $\rho$  et  $c$  les masse volumique et capacité thermique massique :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T \quad (3)$$

Les métaux étant souvent exposés à des gradients de température dans l'industrie, il est important de quantifier leur conduction thermique, notamment à travers leur conductivité thermique  $\lambda$ . C'est la motivation de notre dernière partie qui va chercher à déterminer ce coefficient  $\lambda$  pour une barre de cuivre.

Dispositif expérimental :

- barre de cuivre de longueur  $L$  reliée à une extrémité à un module Peltier qui impose un flux thermique et isolée thermiquement sur sa surface (voir FIGURE??)
- 6 capteurs thermiques linéaires disposés sur la barre et espacés d'une longueur  $l$  relié à ce foutu LatisPro

Compte tenu des symétries de la barre et de son isolation, le problème peut être étudié comme un problème 1D. On a alors l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4)$$

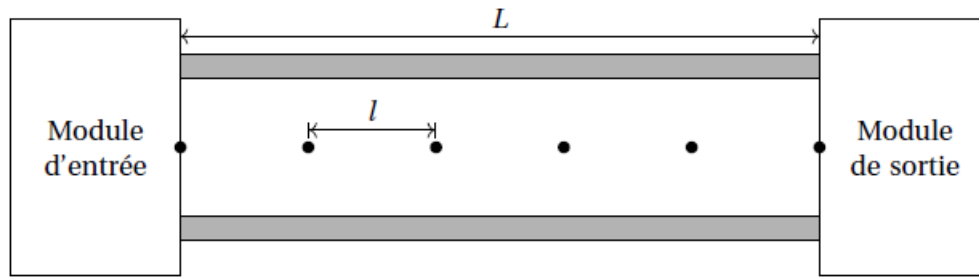


FIGURE 2 – **Barre d'étude de la conduction thermique** - La barre de longueur  $L$  est chauffée par le module d'entrée qui est un module Peltier. Des capteurs thermiques sont disposés chaque longueur  $l$ . La barre est isolée radialement, ce qui fait que l'on ne doit considérer que des transferts thermiques axiaux, on a un problème 1D.

On modélise le système par une barre semi-infinie située dans les  $x > 0$  (nous reviendrons sur cette hypothèse). Il n'y a alors besoin que d'une seule condition aux limites. Le module Peltier permet d'imposer un flux thermique, ici sinusoïdal, d'où la condition :

$$-\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}_{x=0} = \Phi_0 \sin(\omega t) \quad (5)$$

La résolution de l'équation ?? avec la condition précédente permet de trouver  $T(x, t)$  :

$$T(x, t) = T_0 + \Delta T e^{-\frac{x}{\delta}} \sin(\omega t) \quad (6)$$

avec  $\delta^2 = \frac{2\kappa}{\omega} = \frac{2\lambda}{\rho c \omega}$  l'épaisseur de peau thermique. Au vu de la forme de la solution, considérer une barre semi-infinie revient à considérer que l'onde thermique n'atteint pas le bout de la barre,  $L \gg 5\delta(\omega)$ , on peut ainsi choisir  $\omega$  qui vérifie une telle condition. Le calcul à  $\omega = 2\pi \times 10^{-2} \text{ rad.s}^{-1}$  avec la valeur théorique de  $\lambda$  donne  $\delta \simeq 6,1 \text{ cm}$  donc ça passe!



### Mesure de $\lambda$

↗ FTCCLD

⊖ 5 min

- Commencer par allumer les ventilateurs du module Peltier puis alimenter le module avec un ampli de puissance Kepco P53.9 piloté par un GBF (VPP = 3V,  $f = 10 \text{ mHz}$ ).
- Attendre environ 45 minutes pour atteindre le régime permanent puis lancer une acquisition avec LatisProde 30 min (donc à lancer avant le début de la présentation) sur tous les capteurs
- Lisser les courbes exploitables (les 3 premières, 4 si on a de la chance) et les fitter par une fonction sinusoïdale  $f_1(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + \phi_1$ . Le fit est meilleur avec  $f_2(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + \phi_1 + A_2 \cos 2\omega t + \phi_2$  dû aux pertes Joule en  $i^2$ . Le terme oscillant à  $2\omega$  est une perturbation du terme en  $\omega$ .
- On relève  $(A_1, \phi_1)$  pour chaque capteur  $n$  situé à une distance  $x = n \times l$ , et on peut tracer  $\ln A_1$  ou  $\phi_1$  en fonction de  $x$ . L'expression de  $T(x, t)$  nous permet d'établir que ces deux courbes sont affines de pente  $-1/\delta$ . En effectuant une régression linéaire et en connaissant  $c$  et  $\rho$  on en déduit  $\lambda$

### Gestion des incertitudes

Incertitudes de type B :

- mesure de la longueur  $L$  :
- lecture de la longueur  $l$  :

Propagation des incertitudes :

**Principe du module Peltier et des capteurs**

Les capteurs thermiques sont des capteurs fonctionnant sur l'effet Seebeck : un barreau métallique soumis à un gradient de température génère un champ électrique selon la loi

$$\vec{E} = -\epsilon \vec{\nabla} T \quad \text{avec } \epsilon \text{ le coefficient de Seebeck} \quad (7)$$

Les modules Peltier fonctionnent sur l'effet thermoélectrique réciproque, l'effet Peltier : deux milieux conducteurs séparés par deux jonctions parcourus par un courant  $i$  provoquent des échanges de chaleurs et donc de puissance thermique  $P$  aux deux jonctions. On définit alors le coefficient Peltier  $\Pi$  comme

$$P = \Pi i \quad (8)$$

**Loi de Wiedemann-Franz**

Les mesures de conductivité thermique  $\lambda$  et électrique  $\sigma = 1/\rho$  nous permettent de vérifier la loi de Wiedemann-Franz, avec  $\mathcal{L}$  le nombre de Lorentz

$$\frac{\lambda \rho}{T} = \mathcal{L} \equiv \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \simeq 2.44 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \Omega \cdot \text{K}^{-2} \quad \forall \text{ matériau, } T \quad (9)$$

On remarque ainsi qu'un bon conducteur électrique ( $\rho$  faible) est également un bon conducteur thermique ( $\lambda$  grand). La réciproque est seulement vraie pour les métaux (diamant bon conducteur thermique mais mauvais conducteur électrique)

Cette valeur peut être retrouvée à partir du modèle de Drude-Sommerfeld mais valable aux hautes et basses températures. Aux températures intermédiaires, il y a un correctif à apporter et on trouve une grandeur tabulée  $\mathcal{L}^{\text{tab}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \Omega \cdot \text{K}^{-2}$ .

**3 Étude mécanique : étude de la flexion d'une poutre**

La forte utilisation des métaux dans la vie de tous les jours rend nécessaire l'étude de leur résistance à la déformation (cas des poutres métalliques qui forment les ponts). Cette résistance est caractérisée pour un métal par son module d'Young  $E$  qui intervient notamment dans la formule donnant la déformation d'un matériau en fonction de l'éirement subi :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{S} 1/E \quad (10)$$

Nous nous proposons donc de déterminer le module d'Young d'une poutre de laiton (alliage cuivre + zinc) en étudiant la flexion de la poutre encastree. On utilise pour cela la formule donnée par la théorie :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{I}{\rho S} \frac{1.875^2}{L^2}} \sqrt{E} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a^2}{12\rho} \frac{1.875^2}{L^2}} \sqrt{E} \quad (11)$$

où  $L$  désigne la longueur de la poutre qui peut fléchir,  $a$  son épaisseur et  $b$  sa largeur.

**Détermination d'un module d'Young par flexion d'une poutre**

⊖ 5 min

- Encastrier la poutre P78.17 ( $a = 2 \text{ mm}$ ,  $b = 1 \text{ cm}$ ) à l'aide des serre-joints en laissant une longueur  $L$  libre
- Scotcher un accéléromètre près du point d'ancrage pour qu'il n'influe pas sur la fréquence propre de flexion
- Agiter le bout libre de la poutre et mesurer sa fréquence propre  $f_0$  avec le signal de l'accéléromètre sur un oscillo
- Effectuer plusieurs mesures de  $n f_0^2$  pour plusieurs  $L$  et tracer  $f_0$  en fonction de  $1/L^4$  et modéliser la courbe

par une droite, le coefficient directeur est donc  $E$

- Pour le laiton, on attend  $E=100$  GP

### Gestion des incertitudes

Incertitude de type B :

- incertitude sur la longueur  $L$  :
- incertitude sur la largeur  $b$  :
- incertitude sur l'épaisseur  $a$  :
- incertitude sur la période  $\tau$  :

Propagation des incertitudes :

- incertitude sur la fréquence :



## 4 Compléments (non évoqué à l'oral)

### Questions

- C'est quoi un métal ?  
/ C'est un solide caractérisé par des liaisons métalliques (délocalisation des électrons dans le solide).
- Un inventaire rapide des propriétés typiques des métaux ?  
/ Grandes conductivités thermique et électrique, une certaine maléabilité, aspect brillant.
- C'est quoi le montage 4 fils ?  
/ Oh ça alors ! On s'attendait pas à la question...
- La relation  $\rho(\theta)$ , elle est valable quand ?  
/ Pas trop grandes températures et pas trop faibles...
- C'est la même pour tous les métaux ? Elle vient d'où déjà cette loi (quel modèle simple) ?  
/ Y a un gaz d'électrons ...
- Quel est l'écart au modèle du gaz parfait ?  
/ C'est l'interaction des électrons avec le solide (interactions coulombiennes)
- Avec quoi tu mesures la température ?  
C'est un thermo-couple qui utilise l'effet Seebeck
- C'est quoi sa précision et elle vient d'où ?
- Tu parles de grandes incertitudes avec ton  $71 \pm 4$ ...  
Ouais en fait ça va... C'était juste qu'on avait mieux en préparation :(
- La position du thermocouple elle joue ?  
/ Bah ouais, faudrait déjà homogénéiser en permanence la température (mélanger) mais là pour des raisons pratiques c'est pas faisable.
- Alors comment tenir compte de ce problème là dans tes incertitudes ?  
/ On pourrait tester la différence de température entre le bord du bécher et l'intérieur... On le fait vite fait, et on voit une différence de  $0.2^\circ\text{C}$  à peu près.
- C'est quoi ton type de thermocouple ? Est-ce qu'il en existe d'autres ?

- Est-ce que la valeur  $\alpha$  est tabulée? C'est quoi une valeur tabulée?  
/ C'est une valeur qui a été mesurée avec bien plus de précision qu'avec notre petit matos à deux balles.
- Tu peux nous expliquer pourquoi ton système est calorifugé? (deuxième expérience)
- Comment caractériser expérimentalement qu'on puisse négliger les effets convectifs?  
/ On peut vérifier que tous les capteurs ont la même valeur moyenne, ce qui témoignerait de la conservation du flux dans le métal.
- Avec quoi on caractérise ce flux convectif? Comment déterminer  $h$  expérimentalement?  
/ Toujours avec les valeurs moyennes données par les capteurs.
- C'est quoi un module Peltier?  
/ Ça repose sur l'effet Peltier (qui est l'inverse de l'effet Zeebeck)
- C'est quoi tes capteurs?  
/ C'est pas des thermocouples... Faut les alimenter, y a des bails de diode. Or dans les semi-conducteurs la résistance dépend de la température.
- Quelles sont les conditions de validité de l'équation de la chaleur?  
/ Il faut des écarts en température pas trop grands...
- Pourquoi? C'est quoi le souci si les températures varient trop vite?  
/ On pourrait avoir des non-linéarités.
- Est-ce que  $\lambda$  dépend de  $T$ ?  
/ Oui... Haha du coup pour l'équation de la chaleur, il faut supposer que  $\lambda$  varie peu avec  $T$ .
- C'est quoi l'ordre de grandeur des variations de température dans ton expérience?  
/ Faut récupérer l'ordonnée à l'origine dans la modélisation.
- Pourquoi parler de pertes par effet Joule puis ne pas les montrer? Et déjà est-ce que ce terme en  $2\omega$  est compatible avec l'équation de la chaleur?  
/ Non, il est introduit après coup.
- Ce dégagement par effet Joule, il va où?  
/ Ah bah en fait à bien réfléchir il peut pas sortir de la barre vu qu'elle est calorifugée...
- Où se passent les échanges d'effet Joule? Il est où le courant à son origine?
- Est-ce que avec ton relevé expérimental on pourrait pas vérifier la présence de ce terme?  
/ LA BONNE TF DES FAMILLES QUI RÉGALE!!! Bah on voit bien un premier pic à 10 et un autre à 20 Hz avec un rapport relatif de 4.
- C'est quoi le facteur  $c$  dans  $\delta$ ?  
/ C'est la capacité calorifique MASSIQUE
- Le GBF est en "High Z-load" ...  
/ Ouais j'y ai pas touché, en gros c'est l'impédance de sortie.
- Elle vient d'où la loi de Wiedemann-Franz?  
/ Modèle de Sommerfeld.
- À quel point l'accéléromètre peut modifier la valeur mesurée? (troisième expérience)  
/ Le  $L^2$  caractérise déjà le moment d'inertie dans nos approximations...
- C'est quoi ces approximations?  
/ Faibles amplitudes
- Est-ce que tu pourrais trouver une mesure non intrusive plutôt?  
/ Avec un micro, on écoute la note jouée.
- Quelle équation fondamentale on utilise pour avoir ça la formule que tu nous donnes? Quelles sont les conditions limites?  
/ On considère le déplacement (et le moment) au point encastré nul et le bout de la poutre libre (donc 4 conditions)

- Est-ce que la manière dont t'as clampé pourrait changer la mesure ?  
/ Ça peut changer le coefficient de réflexion, nous on veut que toute l'énergie soit réfléchi (grande différence d'impédance)
- Est-ce que les métaux sont les meilleurs conducteurs thermiques ?  
/ Le diamant c'est mieux.

## Manip surprise

Montre nous une résonance en intensité pour un circuit RLC.

## Commentaires du jury

- C'était bien, mais il manque un petit quelque chose pour que ce soit très bien...
- Prolonge l'échange en AGISSANT (pas de "on pourrait faire ça"... DO IT, JUST DO IT!)
- Ça sera très bien quand tu auras le bon mood avec le bagage théorique nécessaire
- Ce montage, il est facile MAIS donne lieu à des questions difficiles ! Y a des capteurs de partout, faut être calé là dessus !
- Si on comprend pas le terme des effets Joules vaut mieux pas en parler...
- Un p'tit programme python ça mange pas de pain :)
- Ça mange pas de pain non plus de donner directement les domaines de validité des lois énoncées.