MP13 - Biréfringence et pouvoir rotatoire

Clément (de la Salle et Colléaux)

1[er] avril 2020

Niveau : L3

Bibliographie

Prérequis

-
-
-

Expériences

- Mesure d'épaisseur d'une lame épaisse
- Mesure d'épaisseur d'une lame mince
- Effet FARADAY

Table des matières

1 Biréfringence

1.1 Rappels et introduction

Ici : juste des manip' qualitatif pour faire des rappels.

Rappel : milieu optiquement anisotrope

> Un milieu est optiquement actif si on doit laisser la permittivité $[\epsilon]$ sous forme d'une matrice dans la relation entre le déplacement et le champ électrique :
>
> $$\vec{D} = [\epsilon]\vec{E}$$

Dans le cas général ces vecteurs ne sont pas colinéaires. Une manière plus physique de voir ça est que la **propagation d'une onde dans un tel milieu dépend de sa polarisation** : la diagonalisation de $[\epsilon]$ selon les axes principaux du matériaux fait intervenir trois constantes diélectriques $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$. selon les trois axes et donc trois indices optiques $\left(n_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}}, n_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0}}, n_3 = \sqrt{\frac{\epsilon_3}{\epsilon_0}}\right)$

Un matériau optiquement anisotrope est dit matériau **biréfringent**. Il existe différents types de matériaux biréfringents mais nous n'aborderons ici que des **matériaux uniaxes** et **à faces parallèles**. Voyons un peu ces deux définitions avant de passer aux expériences (désolé mais c'est comme ça)

Définition : Matériau biréfringent uniaxe

Un matériau **biréfringent** est dit uniaxe si deux de ses constantes diélectriques sont égales, comme $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ qui se traduit aussi par $n_1 = n_2 \neq n_3$. Dans ce cas, les indices n_1 et n_2 sont dits l'indice ordinaire et n_3 l'indice extraordinaire. la direction propre (3) est appelée **axe optique**. Enfin, une onde polarisée rectilignement selon l'axe optique se propage avec l'indice extraordinaire n_e différent de l'indice ordinaire n_o que voit une onde polarisée rectilignement orthogonalement à l'axe optique.

Définition : Lame biréfringente uniaxe taillée parallèlement à son axe optique

Une lame est dite à face parallèles, ou taillée parallèlement à son axe optique, si l'axe optique est parallèle aux faces de la lame.

Voyons comment se comporte un tel matériau !

But

Montrer la propagation dans un milieu biréfringent

Expérience : Biréfringence d'un ?

✍ Sextant, Duffait ⏲ 2/3 min

- Faire l'image d'une fente sur le mur ou un écran avec une QI et son fidèle acolyte le filtre AC
- Intercaler ? et le faire tourner pour faire apparaître les deux images, l'une ordinaire (vient

une onde polarisée selon l'axe ordinaire) et l'autre extranordinaire (vient une onde polarisée selon l'axe extraordinaire)

— Jouer avec un polariseur devant l'écran pour bien montrer que ces ondes sont polarisées rectilignement.

Explication

Un matériau biréfringeant sépare un faisceau incident non polarisé en deux faisceaux (ordinaire et extraordinaire) polarisés rectilignement selon des axes orthogonaux entre eux.

> *Super on a vu l'impact d'un milieu biréfringent sur la propagation d'une onde, mais peut-on quantifier cet impact ?*

Définition : Lame épaisse

On parle de lame (biréfringente) épaisse, par opposition aux lames minces, quand la séparation spatiale entre rayon ordinaire et rayon extraordinaire est non-négligeable (on peut notamment observer des spectres cannelés avec des lames épaisses).

But

Retrouver les lignes neutres d'une lame épaisse

Rappel :

On rappelle qu'une onde polarisée parallèlement à l'axe optique d'un matériau uniaxe voit l'indice extraordinaire, alors qu'une onde polarisée dans le plan orthogonal voit l'indice ordinaire.

Comme des lames quart-d'onde, les lames uniaxes ont des lignes neutres que l'on va caractériser :

Expérience : Mise en évidence des lignes neutres

✍ Duffait p144, Sextant, p.283 ◷ 4

— Prendre une lame **parallèle** de quartz de 4 mm

— Faire l'image de la lame sur le mur ou un écran avec une QI et son fidèle acolyte le filtre AC avec une lentille convergente. L'incidence normale permet d'être sûr que la polarisation n'aura pas de composante selon $\vec{e}_z$

— Ajouter le polariseur et l'analyseur croisés, de la lumière passe quand même

— Tourner la lame dans son plan et mettre en évidence deux directions orthogonales dans laquelle on retrouve l'extinction

Explication :

Retrouver l'extinction signifie qu'après la lame, l'onde est polarisée rectilignement dans une direction orthogonale à celle de l'analyseur. Cela implique que cette onde est polarisée rectilignement dans la direction du polariseur en amont de la lame : dans ces deux positions, la lame n'a pas modifié la polarisation incidente. On met ainsi en évidence deux **lignes neutres : quand la polarisation incidente est parallèle à cette ligne cette polarisation n'est pas modifiée par la lame**. L'une des lignes neutres est notamment l'axe optique de la lame. L'**axe rapide** est l'axe de la ligne neutre correspondant à l'indice le plus petit, l'autre ligne neutre étant l'**axe lent**.

Dans un cas général où la polarisation intiale n'est pas parallèle à un ligne neutre, l'onde incidente polarisée selon la direction du polariseur est décomposée en deux ondes polarisées rectilignement et de directions de polarisation orthogonales entre elles, chacune parallèle à une lame neutre. Ces deux polarisations sont ensuite projetées sur la direction de polarisation de l'analyseur, ce qui explique la lumière en sortie de l'analyseur.

Ainsi, une lame uniaxe parallèle projete une polarisation rectiligne incidente selon ses deux lignes neutres. On sait aussi que ces deux polarisations ne vont pas "voir" le même indice optique : l'onde polarisée rectilignement suivant l'axe optique "voit" l'indice extraordinaire et l'autre l'indice ordinaire. Peut-on quantifier cela ?

1.2 Mesure d'épaisseur d'une lame épaisse

On nomme biréfrincence d'une lame uniaxe la grandeur $n = n_e - n_o$. Plus la biréfringence est grande plus la différence en sortie entre image ordinaire et image extraordinaire sera marquée (à épaisseur fixe évidemment).

Retrouvons la biréfringence d'un lame épaisse de quartz par interférences !

But

Retrouver la biréfringence d'une lame épaisse de quartz

Considérons un ensemble Polariseur $(\mathcal{P})$, une Lame uniaxe à faces parallèles $\mathcal{L}$ d'épaisseur e et un Analyseur $(\mathcal{A})$. $(\mathcal{L})$ est caractérisée par ses ses lignes : l'axe rapide d'indice n_o est l'axe $\vec{e}_x$ et l'axe lent d'indice n_e est l'axe $\vec{e}_y$, avec $\Delta n = n_e - n_o > 0$.

En éclairant $(\mathcal{P})$ en incidence normale avec une lumirèe non polarisée , $(\mathcal{P})$ va créer une lumière polarisée rectilignement selon son axe principal, $\vec{e}_{mathcalP}$: $\vec{E} = E_0\ \vec{e}_{\mathcal{P}}\ e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\right)}$

Cette lumière polarisée rectilignement va arriver sur $(\mathcal{L})$, il convient alors de définir $\theta_{\mathcal{P}}$ l'angle entre la direction de polarisation rectiligne $\vec{e}_{\mathcal{P}}$ et l'axe rapide $\vec{e}_x$. L'onde polarisée selon $\vec{e}_{\mathcal{P}}$ est donc projetée selon les axes propres de $\mathcal{L}$, l'angle $\theta_{\mathcal{P}}$ pondère l'énergie envoyée dans chaque axe.

On a donc maintenant deux ondes polarisées rectilignement dont les directions de polarisation $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ sont orthogonales. Par définition d'un milieu biréfringent, chaque onde va voir un indice différent et donc gagner un terme de phase différent en $n_i\ \frac{2\pi}{\lambda}\ e$. Ainsi, en sortie de $\mathcal{L}$, les deux ondes seront déphasées d'un terme $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\ \Delta n\ e$. C'est super, les ondes sont déphasées on va pourvoir les faire interférer... EN FAIT NON ! Les deux ondes sont polarisées rectilignement selon deux directions orthogonales entre elles, toute interférence est impossible en l'état !

C'est le rôle de l'analyseur $\mathcal{A}$ qui va re-projeter ces deux ondes sur une même direction $\vec{e}_{\mathcal{A}}$ qui fait un angle $\theta_{\mathcal{A}}$ avec l'axe $\vec{e}_x$. Après reprojection, on obtient alors le champ électrique en sortie de notre système ainsi que l'intensité définie comme le module carré de $\vec{E}$ (balek du coefficient de proportionnalité) :

On commence directement à cette équation, dans le cas particulier des polariseurs croisés, on remet la théorie parce que c'est marrant.

$$\vec{E} = E_0\ e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\right)} \left(\cos\theta_{\mathcal{P}}\cos\theta_{\mathcal{A}} + \sin\theta_{\mathcal{P}}\sin\theta_{\mathcal{A}}\ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\Delta ne}\right)\ \vec{e}_{\mathcal{A}}$$
$$I = E_0^2\ \left[\cos^2\theta_{\mathcal{P}}\cos^2\theta_{\mathcal{A}} + \sin^2\theta_{\mathcal{P}}\sin^2\theta_{\mathcal{A}} + \frac{1}{2}\sin 2\theta_{\mathcal{P}}\sin 2\theta_{\mathcal{A}}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta ne\right)\right]$$

cette expression correspond bien à la formule de Fresnel des interférences avec $\delta = \Delta ne$ et à la situation physique aussi car on fait interférer des ondes qui ont suivi des chemins différents, comme dans l'interféromètre de Michelson. On peut vérifier ça avec $\theta_i = 0$ qui correspond à n'emprunter qu'un seul chemin, il n'y a pas d'interférences, de la même manière qu'il n'y a pas interférences si les deux bras de l'interféromètre de Michelson sont équivalents.

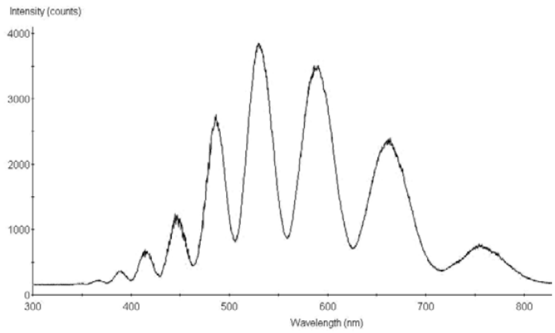

FIGURE 1.1 – **Spectre cannelé -** À plus de 5/6 cannelures l'oeil voit du blanc.

On voit sur l'expression de I qu'il s'agit d'une fonction périodique en $1/\lambda$, de période $1/\Delta n\ e$. Ainsi, en faisant l'acquisition $I(1/\lambda)$ on obtiendrait une fonction périodique dont la périodicité donnerait directement $\Delta n\ e$.

Or, un spectroscope ne permet que de tracer $I(\lambda)$ qui n'est pas périodique. Le comptage du nombre de minima, de *cannelures*, ne permet ainsi que d'arriver à une *biréfringence moyenne*, ie valeur moyenne de la fonction $\Delta n(\lambda)$ sur l'intervalle $[\lambda_2; \lambda_1]$. Δn dépend de λ en $\Delta n(\lambda) = b_0 + b_1/\lambda^2$.

En effet, par définition, si λ_1 et λ_2 sont des minima d'inténsité, on a

$$\left(p_1 + \frac{1}{2}\right)\ \lambda_1 = \delta$$
$$\left(p_2 + \frac{1}{2}\right)\ \lambda_2 = \delta$$

Or, nous n'avons pas la mesure de p_1 et de p_2, seulement de leur différence qui représente le nombre de cannelures entre λ_1 et λ_2.

On a alors :

$$p_2 - p_1 = e\Delta n\ \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

ce qui donne

$$\boxed{e\Delta n = (p_2 - p_1)\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}} \tag{1.1}$$

La mesure de λ_1, λ_2 et de $p_2 - p_1$, le nombre de cannelures entre λ_1 et λ_2 permet donc de connaître Δne !

Expérience : Mise en évidence des interférences par biréfringence

✍ Jolidon, p.233 ⏲ 10 min

- la source de lumière est une lampe QI avec son fidèle filtre anticalorique placée assez loin (50 cm) de $\mathcal{P}$ pour être en incidence normale. Le rayonement de la QI contient des λ compris entre
- croiser $\mathcal{P}$ et $\mathcal{A}$ permet de maximer le contraste de la figure d'interférence
- insérer un lame biréfringente épaisse (épaisseur optique > 0.1 μm) taillée parallèlement à l'axe : lame de quartz !
- étudier le rayonnement en sortie de $\mathcal{A}$ avec un spectroscope et compter le nombre de cannelures N comprises entre λ_2 et λ_1
- pour comparer le résultat $< \Delta n >^{exp}$ obtenu, on peut le comparer aux valeurs tabulées des extrema de $\Delta n(\lambda)$ sur l'intervalle de λ utilisé. Les résultat expérimental n'est pas supposé entrer dans les barres d'erreur, juste donner le bon ordre de grandeur. La raison ? ✍ *Jolidon, p. 244* ça suffira pour ce soir je suis trop fatigué.

<ins>**Gestion des incertitudes**</ins>

- les incertitudes sont prises à 1 nm pour λ_1 et λ_2 $\Longrightarrow$ incertitude de 2 nm pour $\lambda_1 - \lambda_2$
- il faut bien faire gaffe à d'abord faire une propagation des incertitudes pour $\lambda_1\lambda_2$
- l'incertitude de e est à voir au cas par cas mais de l'ordre de 1.57 $\pm$0.04 mm.

1.3 Mesure de l'épaisseur d'une lame mince avec notre ami Babinet

✍ *Duffait p.149*
✍ *Jolidon p.250*
✍ *Sextant p.291*

La discussion du ✍ *Sextant p.285* sur les lames minces est à lire. En gros l'idée c'est qu'à une certaine épaisseur de lame correspond un déphasage et un ordre dinterférence. Ce déphasage dépend de la longueur d'onde, donc si la lame est trop épaisse et que la source n'est pas parfaitement monochromatique, on verra un mélange de couleur (blanc d'ordre supérieur). Une lame mince, c'est donc une lame pour laquelle la largeur spectrale et la direction du rayon a suffisamment peu d'influence sur les interférences.

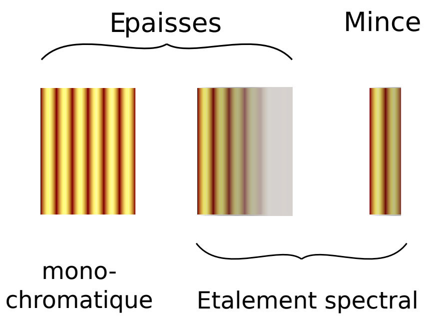

Figure 1.2 – Pour une lumière monochromatique, la taille de la lame n'a pas d'influence, tous les ordres sont équivalents. Mais en vrai, la source a toujours un petit étalement spectral, et celui-ci commence à foutre la merde pour les grands ordres. Il faut donc une lame assez mince pour se restreindre à une zone où le blanc d'ordre supérieur n'a pas encore apparu.

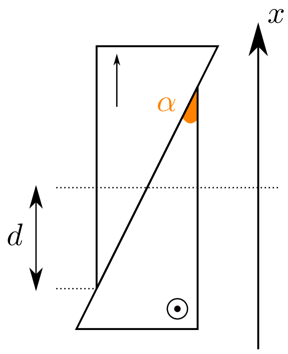

FIGURE 1.3 – Schéma du compensateur de BABINET

But

Utiliser le compensateur de Babinet pour mesure la biréfringence d'une lame mince

✍ *Jolidon, p.250*

Colléaux

Un compenssateur de Babinet est constitué de deux prismes, notés 1 et 2, de faible angle d'ouverture (1 degré) taillé dans le même matériau biréfringent, ils ont donc le même $\Delta n = \Delta n_B$. Les axes optiques des deux prismes sont parallèles à la face d'entrée mais **perpendiculaires entre eux** : ainsi l'axe rapide du premier prisme est parallèle à l'axe lent du second prisme et inversement.

Calculons le déphasage total acquis en sortie du Babinet Soit l'abscisse x introduite sur le schéma (prendre celui du Jolidon) et X le décalage des prismes, on peut calculer le déphasage induit par le compensateur de Babinet entre les deux directions de polarisation :

$$\Delta\phi_B(x, X) = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\Delta n_B e_1(x, X) - \Delta n_B e_2(x)\right] \tag{1.2}$$

avec le "-" qui vient du fait que les axes rapides/lents sont inversés entre chaque prisme. Les calculs de la bible donnent :

$$\Delta\phi_B(x, X) = \frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta n_B \alpha(2x - X) \tag{1.3}$$

On ajoute alors un terme de phase dans l'intensité déjà obtenue :

$$I = E_0^2\left[\cos^2\theta_{\mathcal{P}}\cos^2\theta_{\mathcal{A}} + \sin^2\theta_{\mathcal{P}}\sin^2\theta_{\mathcal{A}} + \frac{1}{2}\sin 2\theta_{\mathcal{P}}\sin 2\theta_{\mathcal{A}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\Delta ne + \Delta n_B\alpha(2x - X)\right)\right]\right]$$

CdlS

Le compensateur est taillé de sorte qu'un rayon qui était ordinaire dans la première partie soit extraordinaire dans la deuxième et réciproquement. Ainsi la différence de chemin optique s'écrira (en notant $e_1(x)$ et $e_2(x)$ les longueurs parcourues dans chacune des parties) :

$$\delta(x) = e_1(x)\Delta n - e_2(x)\Delta n$$
$$\delta(x) = \Delta n(\alpha(d+x) - \alpha(d-x))$$
$$\delta(x) = 2\alpha d\Delta n\, x$$

En projetant donc la surface du babinet (s'aider du petit réticule), on observe donc une figure similaire à un Michelson en coin d'air. Les interférences sont bien situées à la surface du babinet, d'où l'utilité de conjuguer celle-ci avec un écran à l'aide d'une lentille.

Étalonnage du compensateur

Il faut commencer par trouver la relation entre d et δ. Croiser P et A et placer le Babinet à 45° (interférences maximales).

Ajouter un filtre interférentiel λ_0, et translater les lames du Babinet pour décaler d'une interfrange. Le déplacement d_0 correspond à la longueur d'onde λ_0. Faire de même avec plusieurs filtres.

Expérience : Mesure de l'épaisseur d'une lame mince

✍ Toutes les biblio citées précédemment ⏲ 5 min

Placer la lame comme le compensateur : à 45° des polariseurs / analyseur. Le système de franges se décale, translater les lames du Babinet de d pour faire revenir le système de franges à l'état initial. La différence de marche introduite est alors déduite du précédent étalonnage

2 Pouvoir rotatoire

2.1 Effet Faraday

✍ *Sextant p.320*

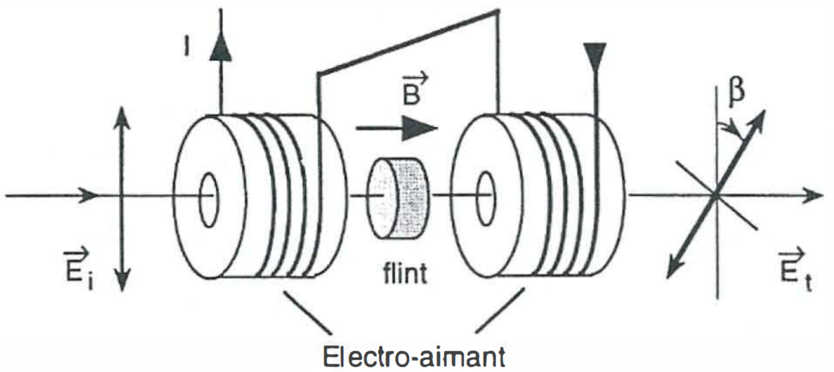

Figure 2.1 – Schéma du montage, ici l'angle qu'on appelle α est noté β

Le principe est le suivant : lorsque qu'un matériau est soumis à un (fort) champ magnétique, il peut acquérir des propriétés de pouvoir rotatoire. Une onde polarisée rectilignement le reste mais tourne d'un angle

$$\alpha = VBd$$

- α est l'angle de rotation de la polarisation en °.
- B est la composante du champ magnétique projetée dans la direction (et le sens !) de propagation en T.
- d est la taille de l'objet traversé en cm.
- V est la constante de VERDET en $° \cdot \mathrm{T}^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1}$. Elle est propre au matériau.

Substance	V (deg. $cm^{-1}.T^{-1}$)
Flint léger [89]	+ 5
Quartz	+ 2,77
Chlorure de sodium	+ 5,98
Eau	+ 2,18

FIGURE 2.2 – Quelques valeurs de V

But

On cherche tout d'abord à vérifier cette loi pour le flint, puis de calculer la constante de VERDET de ce matériau

Expérience : Mesure d'une constante de VERDET

✍ Sextant p.320 ⏲ 10 min

Matos Laser non polarisé, électroaimant `P66.30` avec pièces trouées pour laisser passer le rayon, alimentation `P53.3`, barreau de flint `P7.40`, polariseurs, écran ou spectro Spid-HR `P17`, teslamètre

Protocole

- Faire tenir le morceau de flint dans l'entrefer en serrant (légèrement !) les deux pièces autour
- Se démerder pour mettre le teslamètre entre les bobines aussi
- Faire passer le laser dans un polariseur puis dans l'axe des bobines
- En sortie, observer avec un analyseur et soit un écran (on essayera d'annuler à l'oeil, soit le spectro sur lequel il faudra juste faire disparaître le pic)
- Augmenter l'intensité et relever à chaque fois, le champ B ainsi que l'angle de déviation pour tracer la droite qui va bien

Précautions Attention à ne pas dépasser les valeurs consignes d'inensité !

Incertitudes

- Avec le spectro, on a une bonne précision sur la plage qui annule la lumière, mais la valeur de l'angle lue sur le polariseur est toujours un peu bof (précision de 1°).
- Pour mesurer la taille du flint, on utilise un pied à coulisse donc prendre les incertitudes correspondantes

Bonus

Si on a le temps, on peut même foutre un champ dans l'autre sens, ce qui devrait avoir pour effet de faire tourner la polarisation dans l'autre sens ! C'est la grande différence avec un milieu liquide, peut importe le sens de la cuve, la polarisation tourne toujours dans le même sens !

2.2 Mesure d'un pouvoir rotatoire dans une solution chirale

De même, un matériau liquide, il existe un pouvoir rotatoire : ✍ *Sextant p.318*

$$\alpha = [\alpha]_\lambda \cdot lc$$

On peut préférer cette expérience à la précédente... On peut en plus aussi s'amuser à montrer la dépendance du pouvoir rotatoire en fonction de la longueur d'onde :

$$\alpha \propto \frac{1}{\lambda^2}$$

✍ *Duffait p.170*

NB

Parfois on note $[\alpha]$ ce qui veut dire "à la longueur d'onde de la raie D du sodium".

Attention

Dans une solution de glucose il y a *a priori* trois formes de molécules : linéaire, cycle α et cycle β. Dans la loi de Biot, il faut donc prendre tout ça en compte. De plus les proportions relatives de ces différentes espèces dépendent de l'équilibre chimique et donc, notamment, de la température. De plus, si on part du saccharose, c'est encore plus la merde (saccharose = association de glucose et de fructose). Donc vaut mieux faire glucose !