MP10 - Spectrométrie optique

Clément (de la Salle et Colléaux)

9 avril 2020

Niveau : TS

Bibliographie

✍ http://web.cortial.net/gonio/reg_gonio.html Réglage du gonio

Prérequis

➢

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

But

L'enjeu de la spectrométrie, est de remonter aux caractéristiques spectrales d'une source lumineuse en faisant intéragir sa lumière avec différents outils

On peut dire que c'est Newton en 1666 qui pose les jalons de la spectrométrie en remarquant que la lumière du soleil est en fait composée de plusieurs longueurs d'ondes grâce à un prisme.

Manip' : Dispersion sur un prisme à vision directe

✍ *Sextant p.217* le fait bien mais dans un cadre de mesure des limites du pouvoir de résolution. Ne pas rentrer dans ces détails et simplement illustrer que l'on peut séparer les longueurs d'ondes et ainsi remonter au spectre de la source : l'axe spectral (en λ) est directement convertit en axe spatial !

On peut utiliser une QI + une lampe spectrale pour bien illustrer les différences entre les sources. Expliquer que la spectroscopie permet de remonter à la compositon des étoiles.

Dispersion

Attention, il s'agit cependant bien d'un phénomène de dispersion ! Dans la suiten on utilisera la diffraction et les interférences qui donnent de bien meilleurs résultats !

1 Diffraction

1.1 Longueur d'onde moyenne du doublet du sodium (Mercure ?)

But

Mesurer précisément la longueur d'onde d'une raie du mercure.

Rappel

Un réseau aussi sépare spatialement les longueurs d'ondes selon la **relation des réseaux** :

$$a(\sin\theta - \sin\theta_0) = p\lambda$$

Voir http ://web.cortial.net/gonio/reg$_g$*onio.html* pour les réglages. Les mesures doivent se faire au minimum de déviation, c'est bien plus précis que l'incidence normale (pour laquelle on n'est jamais très précis).

La déviation se défini comme

$$D = \theta - \theta_0$$

C'est elle que l'on mesure au gonio ! Cette grandeur varie avec l'angle d'incidence θ_0 et présente un minimum. On cherche la déviation D_m minimale pour λ :

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\theta_0} = 0 \implies \mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\theta_0$$

Or en différenciant la formule des réseaux et en injectant cette condition, on a

$$\cos\theta = \cos\theta_0 \implies \theta = -\theta_0 \implies D_m = 2\theta$$

Il existe une deuxième solution $\theta_0 = \theta$ mais elle ne nous intéresse pas car elle correspond à une déviation nulle. En réinjectant ces égalités dans la formule des réseaux, on a une relation entre D_m et λ :

$$\boxed{\sin\frac{D_m}{2} = \frac{p\lambda}{2a}}$$

Expérience : Mesure de longueur d'onde

✍ Sextant p.221 ⏲ 10 min

Procéder aux réglages :

- Régler la lunette pour voir à l'infini.
- On éclaire la fente et on l'oberve dans la lunette. Régler la distance fente-lentille pour placer la fente dans le plan focal objet, et ainsi voir distinctement la fente dans la lunette.
- Régler l'oculaire pour voir net le viseur en même temps que la raie.
- Chercher un raie en trouver son minimum de déviation (faire tourner plateau central) à la lunette.
- Une fois au minimum de déviation, fermer progressivement la fente pour voir la fente de façon plus précise (compromis avec la luminosité).

Ensuite il y a plusieurs façons de faire :

Étalonnage/mesure Avec un unique réseau (blazé si possible), vérifier la formule précédente en s'aidant de valeurs tabulées pour une lampe spectrale. Remonter au pas du réseau avec une régression $\sin {}^{D_m}/_2$ en fonction de λ. Changer de lampe et prendre celle dont on veut mesurer une longueur d'onde. Faire une mesure unique de D_m et remonter à λ en s'aidant de la régression précédente.

Régression Pour plusieurs réseaux dont le pas est supposé connu précisément, choisir une raie λ et retrouver sa valeurs dans la pente de la régression $\sin {}^{D_m}/_2 = f({}^1/_a)$.

<u>**Incertitudes**</u>

Première méthode Ici, pas d'incertitude sur λ^{tab} (ou alors la trouve sur internet) mais sur D_m, prendre les valeurs à gauche D_m^- et à doite D_m^- et choisir

$$D_m = \frac{D_m^+ + D_m^-}{2} \pm \frac{D_m^+ - D_m^-}{2}$$

L'étalonnage devrait donner l'incertitude sur le pas, et par propagation, on remonte à celle de λ.

Deuxième méthode Cette fois-ci, à moins de les trouver dans la notice (quelle notice mdr ?), l'incertitude sur les pas est supposée nulle. Pour D_m c'est évidemment le même principe. La régression donne directement l'incertitude de λ.

<u>**Pouvoir de résolution**</u>

✍ *LP36 + Sextant p.256*

Le pouvoir de résolution se définit puis se calcule comme

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = pN$$

Où p est l'ordre observé ($p = 1$ souvent) et $N = l/a = nl$ est le nombre de traits. Connaissant le pas, on peut mesurer la taille du réseau et ainsi remonter au pouvoir de résolution. On calcule alors $\Delta\lambda$ pour le doublet du sodium (✍ *Sextant p.4*) :

$$n = 1200\,\mathrm{mm}^{-1} \quad l = 34\,\mathrm{mm} \quad \lambda_{moy} = 589.3\,\mathrm{nm} \implies 0.014\,\mathrm{nm}$$

Donc en pratique, on est plutôt limité par la taille de la fente : si on réduit sa taille pour voir jusqu'à 0.014 nm, on verra plutôt des tâches de diffraction. En fait ce qu'on voit au gonio, c'est l'image de la fente... Si on augmente la taille de celle-ci, on agrandi l'image de chaque raie.

1.2 Construction d'un spectromètre et choix de la largeur de la fente

But

Comprendre quantitativement comment choisir les caractéristiques de la fente d'entrée d'un spectromètre

Quand on achète un spectro, un technicien place sur mesure la fente d'entrée et donne sa largeur en fonction de l'utilisation que l'on compte faire du spectro. Le critère de Rayleigh est clairement surcôté : il donne seulement un ordre de grandeur de la résolution. En vrai, numériquement une tâche d'Airy ça peut se déconvoluer pour trouver son barycentre... Donc sortir Rayleigh à tout bout de champ ça va bien mais on n'en pas en 40 !

Bref, la vraie résolution d'un spectro est difficile à déterminer en sera une combinaison du pouvoir de résolution du réseau + la diffraction sur la fente + les aberrations des miroirs. Pour étudier proporement cette résolution, il faudrait envoyer une lumière la plus monochromatique possible (foutre un LASER dans une cavité Fabry-Pérot confocale ✍ *MP31 - Résonance*). C'est faisable, mais on choisit de présenter les choses plutôt avec le gonio afin de montrer l'influence de choix que l'on peut faire plutôt (surtout que le spectro a vraiment une résolution de malade donc bonne chance pour trouver une longueur d'onde minimale...)

Expérience : Sur la largeur de la fente

✍ Pas de biblio, parler avec Farizon ⏲ 5 min

Pendant tout ce qui suit, on ne touche pas au réseau !

- Choisir une lampe et une raie (genre raie verte de Hg). Relier la largeur de la fente à l'étalement de l'image (en angle).
- Calculer la largeur (en angle) de l'image qui corresponderait à 0.6 nm (écart entre les pics du doublet du sodium), à partir de la longueur d'onde de la raie observée . Calculer aussi l'emplacement des raies du sodium.
- Ouvrir la fente d'une telle largeur, se placer à la position prévue des pics du sodium et remplacer la lampe par celle au sodium.
- On doit observer que les pics sont tout juste collés... En réduisant la taille de la fente, on arrive à la séparer, mais en l'augmentant, les deux portes se chevauchent.

Ce qui serait intéressant, c'est de dire de quelle taille de fente on a besoin pour séparer deux longueurs d'onde. Pour ça on a besoin de remonter à la taille de la fente, selon Farizon, la taille dans le plan d'oervation est la même que celle de la fente car les focales de la lunette sont les mêmes...

Donner l'ordre de grandeur de la taille qu'il faudrait pour mesurer la taille d'un pic et montrer qu'alors la diffraction par la fente n'est plus négligeable.

On comprend alors que la taille apparente des pics est entièrement due à la fente choisie... Mais alors comment augmenter en précision ?

2 Interférences et Michelson

✍ *Sextant, p.229*
✍ *Jolidon, p.220*

2.1 Écartement des raies du doublet et étalement spectral (Michelson)

Le but de cette partie est d'étudier le spectre de la lumière émise par une lampe spectrale (à vapeur de sodium, mercure) en envoyant cette lumière dans un dispositif interférentiel révolutionnaire : l'interféromèttre de Michelson.

Plus précisément, nous allons chercher à déterminer l'écart entre les deux longueurs d'onde dans un doublet dont on notera les longueurs d'ondes λ_0 et $\lambda_0 + \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda_0 \gg \lambda_0$

<u>Doublets du mercure et du sodium</u>

✍ *Sextant, p.4*
Sodium $\lambda_0 = 589.00$ nm et $\Delta\lambda = 0.59$ nm (589.00 et 589.59 nm)
Sodium $\lambda_0 = 576.96$ nm et $\Delta\lambda = 2.11$ nm (576.96 et 579.07 nm)

Voyant comment les interférences peuvent nous permettre de remonter à la valeur de $\Delta\lambda$:
Les deux rayonnements du doublet correspondent à des longueurs d'onde différentes donc n'interfèrent pas entre eux, il faut **sommer les intensités** résultantes. En supposant les deux raies monochromatiques (on y reviendra) et de même intensité, l'intensité totale est :

$$I(\delta) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) + 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0 + \Delta\lambda}\right)$$

intensité qu'une habile maîtrise des formules trigonométriques et DL permet de simplifier :

$$I(\delta) = 4I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta\Delta\lambda}{2\lambda_0^2}\ \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$$

Il apparaît alors deux échelles de variation :

— celle classique de période λ_0

— celle du **contraste** de période $\frac{2\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda_0$

On obtient alors, au centre de l'écran où $\delta = 2e$:

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos\left(2\pi \, \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \, e\right) \, \cos\left(4\pi \frac{e}{\lambda_0}\right)\right]$$

avec notamment un contraste $\boxed{\mathcal{C}(e) = \cos\left(2\pi \, \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \, e\right)}$.

But

Vérifier déterminer $\Delta\lambda$

Lorsque le contraste est nul, $\mathcal{C}(e) = 0$, l'interféromètre est réglé sur une ani-coïncidence, et l'intensité est uniforme sur l'écran. Les valeurs de l'épaisseur de la lame e_n qui vérifient ceci sont définis comme, avec $n \in N$:

$$2\pi \, \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \, e_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad \text{soit} \;\; e_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + n\right) \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

Ainsi, la courbe $e_n(n)$ est supposée être une droite de coefficient directeur $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$, permettant ainsi de remonter à l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du doublet.

Expérience : Expérience : Détermination du doublet du sodium

✍ Jolidon, p.220 Sextant, p.239 — 10 min

— régler l'interféromètre de Michelson en lame d'air et l'éloigner du contact optique. Il y a un compris à trouver : plus on s'éloigne du contact optique plus on pourra charioter et prendre beaucoup de points donc c'est bien pour les incertitudes mais faut pas aller trop loin car l'intensité se casse la gueule aux grands δ à cause du sinc qui provient de la largeur non-nulle des deux pics

— en revenant vers le contact optique, relever au verrier la position x_p de la p-ième anticoïncidence. Toujours penser à prendre les mesures dans le même sens d'évolution de δ.

— n et p ne diffèrent que d'un entier constant p_0 tel que $n = p - p_0$ et e et la position du miroir x ne diffèrent aussi que d'une constante x_0 telle que $e = x - x_0$. Ainsi, la courbe $x_p(p)$ est une droite de pente $\frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}$ p. On peut comparer à $\Delta\lambda_{\text{tab}} = 0.597$ nm.

$$\boxed{x_p = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda} \, p + \mathrm{C^{te}}}$$

<u>**Gestion des incertitudes**</u>

Incertitude sur la position du miroir x_p

— incertitude de pointé $\Delta x_{\text{pté}}$ liée au choix d'une position que l'expérimentateur juge comme l'anti-coïncidence exacte et estimée à 0.01 mm, la graduation du vernier

— incertitude de lecture Δx_{lec} liée à la lecture de la graduation sur le vernier et estimée à 0.005 mm, la moitié de la graduation.

En supposant ces sources d'incertitudes aléatoires et indépendantes, il vient

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{pté}})^2 + (\Delta x_{\text{plec}})^2} = 1.1 \times 10^{-2} \;\; \text{mm}$$

On a aussi $\lambda_0 = 589.3 \pm 0.1$ nm

Propagation des incertitudes :
En notant A le coefficient directeur donnée par la modélisation, on a :

$$\boxed{\frac{\Delta\left(\Delta\lambda\right)}{\Delta\lambda} = \sqrt{2\left(\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2}}$$

Le mercure ça prend moins de temps que le sodium paraît-il.

Ne pas faire avec le moteur, il bouge tout le temps, ça dure trois heures, et on peut pas faire de TF car sa vitesse n'est pas trop constante !

Pour l'étalement spectral, on peut faire sur la raie verte, plus large...

3 Au spectromètre commercial

3.1 Mesure de biréfringence, ou alors constante de Rydberg

Expérience : Mesure de la biréfringeance d'une lame épaisse

✍ MP13 ⏲ 10 min

Faire le spectre cannelé blablabla tout est détaillé dans le MP13

Au début on pensait que c'était hors-sujet car on caractérise pas vraiment la source et qu'on se sert d'un spectro comme outil... Mais selon Farizon, c'est bien de faire le lien spectrométrie (étude des longueurs d'onde = énergie) / spectrophotométrie (étude de l'intensité en fonction de la longueur d'onde = amplitude) : la dualité amplitude / énergie est exactement la même que la dualité onde - corpuscule !...

À méditer...