MP02 - Surfaces et interfaces

Clément (de la Salle et Colléaux)

15 avril 2020

Niveau : L3

Bibliographie

- ✍ **Jolidon** ⟶ Une évidence
- ✍ **GHP** ⟶ Un peu de théorie

Prérequis

➢

Expériences

- Écoulement de POISEUILLE
- Mesure d'un coefficient de traînée
- Cuve à ondes

Table des matières

Introduction

L'équation de Navier-Stockes est très compliquée (ohlala), mais il est possible de la simplifier ! En effet on peut comparer les termes d'advection et de diffusion via le nombre de Reynolds ✍ *LC08 - Notion de viscosité* :

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U L}{\eta}$$

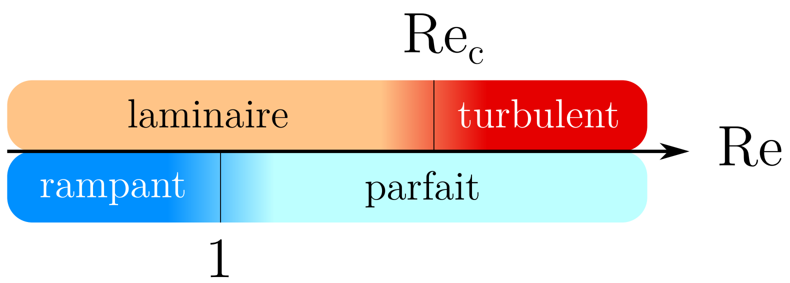
Alors on peut étudier les deux cas limites :

Re $\ll 1$ La diffusion domine, on parle d'écoulements visqueux ou rampants

Re $\gg 1$ L'advection domine, on parle d'écoulements parfaits

Attention !

Comparer Re à 1 c'est pour déterminer rampant ou parfait... Mais pour savoir si c'est laminaire ou turbulent, c'est pas la même chose. En effet il existe des écoulements parfaits laminaires (mais pas de rempant turbulent !) donc il existe un autre reynolds critique Re_c (supérieur à 1) qui compare la forme des lignes de courant (laminaire / turbulent).



✍ *GHP p.80*
Typiquement derrière un cylindre $\mathrm{Re}_c = 47$, pour Poiseuille cylindrique $\mathrm{Re}_c = 2000$ et pour un écoulement derrière une sphère $\mathrm{Re}_c = 200$

Manip' : Expérience de Stockes

On montre en tournant lentement que la goutte de colorant revient à sa position initiale mais qu'en allant plus vite, ce n'est plus le cas !

Et BIM, manip' introductive pour poser le plan :)

Donner les reynolds dans chaque expérience !

1 Écoulements visqueux

1.1 Poiseuille

✍ *GHP, p160*
✍ *Jolidon, p.441*

L'écoulement de Poiseuille est un très bon exemple d'écoulement visqueux. On fait un petit rappel sur les écoulements visqueux : il s'agit d'écoulements pilotés par la viscosité du fluide considéré. Ils sont caractérisés par un nombre de Reynolds très petit devant 1. Puis petit rappel sur ce qu'est un écoulement de Poiseuille : différence de pression aux extrémités du tube, différence de pression que l'on expliquera par la suite (fonctionnement du vase de Mariotte).

Le cas de l'écoulement de Poiseuille est particulier car il s'agit d'un écoulement parallèle et donc défini par le terme advectif nul (vitesse et gradient orthogonaux). L'équation de Navier-Stokes en stationnaire est donc équivalente à l'équation de Stokes sans force extérieure. On précise que l'écoulement est considéré incompressible (comme d'habitude avec l'eau)

$$0 = \vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v}$$

en notant P la pression, η la viscosité dynamique du fluide et $\vec{v}$ sa vitesse. Faire un schéma au tableau bien éVIdemment.

La résolution de cette équation pour une géométrie cylindrique permet d'obtenir le profil de vitesse $\vec{v} = v(r)\ \vec{u}_z$, en exprimant $\vec{\nabla} P \cdot \vec{u}_z = \frac{\Delta P}{L}$ avec L la longueur du tube et ΔP pris positif.

$$v(r) = \frac{R^2}{4\eta} \frac{\Delta P}{L} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Cette expression nous permet de remonter au débit volumique Q_V donné par le flux à travers une section du tube. L'expression de Q_V et sa dépendance en la puissance quatrième du diamètre du tube D constitue la **loi de Hagen-Poiseuille** :

$$\boxed{Q_V = \frac{\pi D^4}{128\eta} \frac{\Delta P}{L}}$$

But

Vérifier la loi de Hagen-Poiseuille en gtraçant $Q_V(\Delta P)$

On a dit qu'on avait un écoulement de Poiseuille établi dans ce tube mais si on veut vérifier la loi de Hagen-Poiseuille, il faut faire varier ΔP et c'est le rôle du vase de Mariotte.

Vase de Mariotte

✍ *Jolidon, p. 429 et 446*
Le vase de Mariotte est un système permettant de contrôler la pression de l'eau en sortie. Cette pression peut se déterminer (en première approximation, cf ✍ *Jolidon, p.446*) des lois de la statique des fluides. On a alors $\Delta P = \rho g \Delta h$.

Cela nous permet alors de réexprimer le débit volumique

$$Q_V = \frac{\pi D^4}{128\eta} \frac{\rho g \Delta h}{L}$$

On peut alors facilement modifier Q_V en jouant sur Δh ! Il manque une dernière chose : la méthode expérimentale de mesure de Q_V. Rien de plus simple, on pèse la masse d'eau Δm sortie du tube pendant un temps Δt et hop, on a $Q_V = \frac{\Delta m}{\Delta t}$.

Expérience : Vérification de la loi de Hagen-Poiseuille

✍ Jolidon p.441, Quaranta I p.153 ⏲ ?

- Installer le montage en veillant à la bonne horizontaliét du tube avec des supports et un niveau et en surrélévant le tube pour pouvoir placer un récipient et une balance à sa sortie.
- Déposer à l'aide d'une allumette du carbone sur l'extrémité du capillaire afin de le rendre hydrophobe, marche aussi avec du scotch *Téflon*. On évite ainsi la formation d'une bulle qui change P et donc ΔP avec Laplace
- En préparation, mesurer $Q_V = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ pour plusieurs Δh.
- Devant le jury refaire une mesure et modéliser $Q_V(\Delta h)$ par une droite. On peut en profiter pour retrouver η si on veut mais il faut comparer à la valeur tabulée à la bonne température (✍ *Handbook*)

Nombre de Reynolds

Ici, la discussion sur le nombre de Reynolds n'a pas de sens car le terme advectif de NS est identiquement nul. Il est plus pertinent de parler de distance d'établissement du régime de Poiseuille δ. Les calculs effectués ont nécessité $\delta \gg L$, ce qu'on peut vérifier. ✍ *Jolidon, p.445* nous indique un lien entre $\frac{\delta}{D}$ et le nombre de Reynolds tel qu'il est calculé normalement $Re = \frac{\rho U D}{\eta}$ ici égal à $\frac{4|Q_V|\rho}{\pi\eta D}$. Avec les valeurs qu'on a de Q_V on peut calculer le δ max qu'on a lors des mesures et vérifier qu'on reste tout le temps dans la limite $\delta \gg L$.

2 Écoulements parfaits

2.1 Coefficient de traînée en soufflerie

But

Vérifier que l'écoulement est turbulent et mesurer un coefficient de trainée

Ici on s'intéresse non plus à de l'eau comme fluide, mais à l'air... Puisque sa viscosité est bien plus faible, il sera d'autant plus facile de se placer en régime d'écoulement parfait.

Reynolds

$$\begin{cases} \rho = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3} \\ U = 1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} \\ L = 1\,\mathrm{m} \\ \eta = 10^{-5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s} \end{cases} \implies \mathrm{Re} = 10^5$$

Lorsqu'on place un objet dans un écoulement, il se créer une différence de pression dans la direction de l'écoulement. On peut alors définir une force appelée **force de traînée** qui se calcule dans cette direction.

$$F = \frac{1}{2}\rho_{air} S C_x v^2$$

Où v est la vitesse de l'écoulement et S la section efficace de l'objet face à l'écoulement. Pour des nombre de Reynolds suffisamment hauts (10^5 ça suffit), le **coeffient de traînée** C_x est une constante, on cherche à le mesurer.

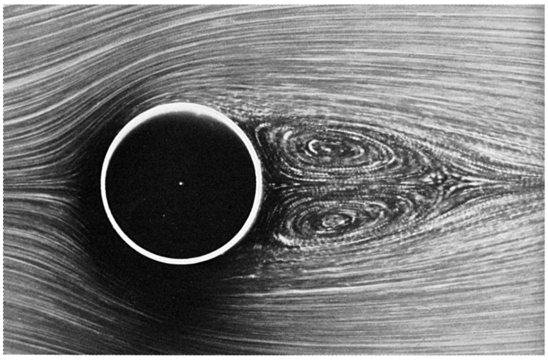


FIGURE 2.1 – Issu de *An album of fluid motion* de **Van Dyke**

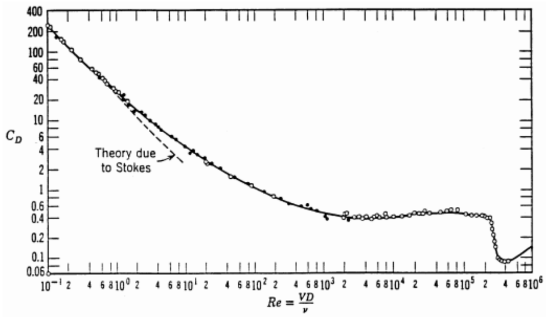


FIGURE 2.2 – Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de REYNLODS. Pour $\mathrm{Re} = 10^5$, on est sur le plateau.

Pour mesurer C_x, il faut avoir accès à la vitesse du fluide v. Pour cela, on utilise un tube de PITOT

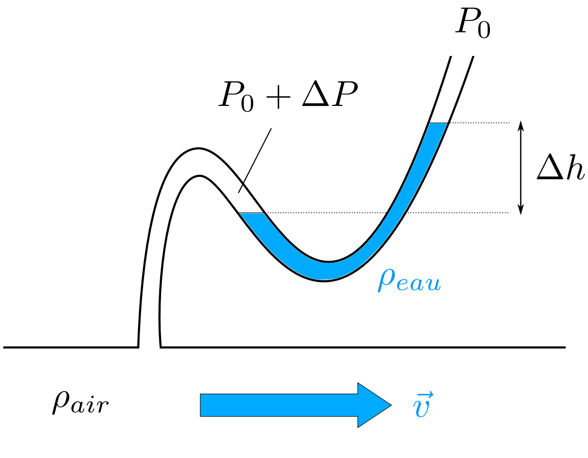


FIGURE 2.3 – Représentation du tube de PITOT

Le thérorème de BERNOULLI indique que (avec l'hydrostatique) :

$$\frac{1}{2}_{air} v^2 + P = \text{cste} \implies v^2 = \frac{2\rho_{eau} g}{\rho_{air}} \Delta h$$

Ainsi la mesure de Δh nous donne directement la vitesse au carré. On aura pu vérifier cette loi (également dans le but d'étalonner le tube) en préparation. Dans ce cas, les mesures de vitesse se font avec un anémomètre à fil chaud : la température est asservie et on mesure le courant qu'il faut envoyer pour compenser les pertes dans l'air. Mais alors pourquoi on n'utilise pas directement ça pour notre mesure de C_x ? Bah PITOT c'est plus intéressant physiquement, ça nous permet de lancer des perches dans les questions.

<u>Éthanol</u>

Attention, le liquide dans le tube n'est pas de l'eau, mais de l'éthanol... Sa densité est plus faible donc on peut se dire que c'est chelou comme choix, mais en fait, vu que sa tension de surface est également plus faible, on n'est pas gêné par un ménisque et la hauteur se lit beaucoup mieux.

Bon une fois qu'on a tout ça, on peut enfin faire notre mesure... Pour mesurer la force de trainée, on compense son moment par un ressort qu'on élonge d'une longueur connue :

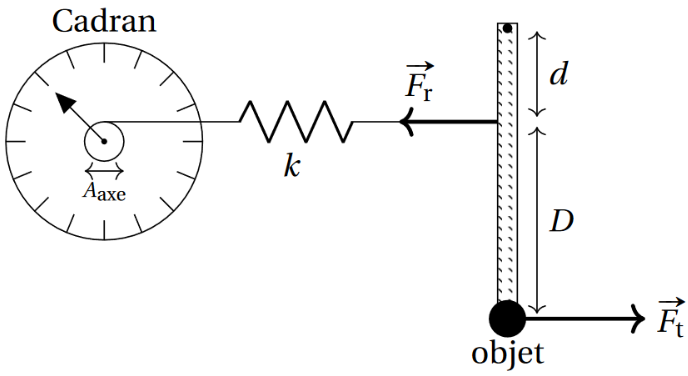


FIGURE 2.4 – Montage pour mesure la force de trainée

Pour compenser la force de trainée et remettre la tige à la verticale, on tourne le cadran ce qui racourcit le ressort de

$$\Delta L = \pi A_{axe} \frac{\Delta n}{40}$$

Où $A_{axe} = 3\,\text{cm}$ est le diamètre de l'axe, Δn est le nombre de graduations balayées sachant qu'il y en a 40 pour un tour. Alors la force correspondante est

$$F_r = k\Delta L$$

Avec $k = 8.3\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ la raideur du ressort. On en déduit par un théorème du moment la force de trainée

$$\boxed{F = \frac{d}{D+d} F_r = \frac{d}{d+D} \pi A_{axe} \frac{\Delta n}{40}}$$

Expérience : Mesure d'un coefficient de trainée

✍ Jolidon p.454 — ⏲ 10 min

On fait plusieurs points en préparation puis un en live (à différentes vitesses) et on fait la régression qui va bien. On s'attend typiquement à une valeur de $C_x \sim 1$ (cf. courbe au-dessus). Pour mesurer les sections, on peut prendre des balles et mesurer leur diamètre.

> *Cette forme de F en v^2 est typique des écoulement turbulents, mais un écoulement parfait peut aussi être laminaire*

2.2 Cuve à onde

✍ *Jolidon p.507*
✍ *MP02 - Surfaces et interfaces*