

LP26 - Propagation avec dispersion

Cléments (COLLÉAUX + DE LA SALLE)

12 juin 2020

Niveau : L2

Bibliographie

Ondes, **Hprépa**
BUP 649
J'intègre PC / PC*
cable coaxial

Câble coax et paquet d'onde
Explications pratiques de la dispersion
Chap 28

Prérequis

- Vitesse de phase (sans dispersion)
- Équation d'onde de d'Alembert
- Analyse de FOURIER
- Câble coax sans perte
- Plasma
- Milieux diélectriques et électron élastiquement lié

Expériences



Table des matières

Table des matières	1
1 Propagation dans un câble coaxial	2
1.1 Observations	2
1.2 Modèle du câble coaxial réel	2
2 Étude du phénomène de dispersion	4
2.1 Notion de paquet d'onde	4
2.2 Vitesses de groupe et de phase	5
2.3 Étalement	7
3 Exemples de dispersion	7
3.1 Milieu diélectrique	8
3.2 Plasma	10
3.3 Ondes gravito-capillaire	10

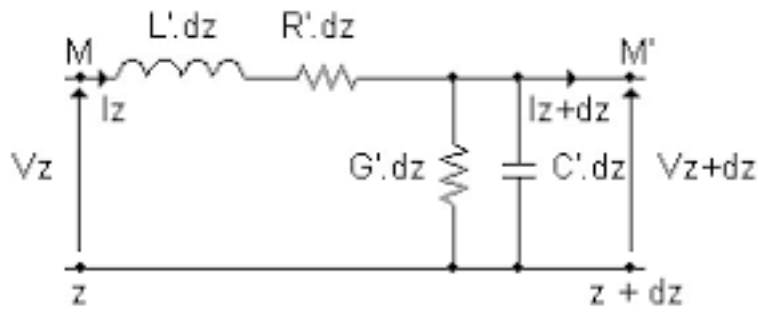


FIGURE 1.1 – Caption

Introduction

Manip' : Dispersion de la lumière par un prisme

L'objectif est de commencer la leçon par une mise en évidence expérimentale du phénomène étudié dans la leçon : la dispersion. Niveau manip on regarde la séparation des longueurs d'onde par le prisme.

1 Propagation dans un câble coaxial

1.1 Observations

Manip' : Dispersion dans un coax

On envoie un pulse rectangulaire dans un câble coaxial de 100 m et en comparant les signaux en entrée et en sortie, on remarque une différence notable : la propagation dans le câble a modifié la forme du signal. Développons un modèle pour rendre compte de ce phénomène

1.2 Modèle du câble coaxial réel

Pourquoi le câble *réel* ? Parce que par rapport au modèle (dit *idéal* c'est pas pour rien..) on rajoute des termes de pertes : la résistance linéique qui traduit la résistance du milieu conducteur et une conductance linéique qui traduit le caractère imparfait de l'isolant. Le schéma du tronçon infinitésimal correspondant est représenté sur la figure 1.

On peut toujours appliquer la loi des noeuds et la loi des mailles à un tronçon infinitésimal du câble :

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= -gu - \Gamma \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= -ri - \Lambda \frac{\partial i}{\partial t} \end{aligned}$$

que l'on combine pour retrouver l'équation de propagation sur u , celle de i est identique :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \Gamma \Lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + [g\Lambda + r\Gamma] u$$

On cherche la solution comme $u(x, t) = u_0 \exp[j(\omega t - \underline{k}x)]$. On verra pourquoi on note $\underline{\beta}$ très vite. Ce n'est pas une OPPS car $\underline{\beta}$ est complexe et n'est donc pas un vecteur d'onde. En injectant cette forme de solution dans l'équation obtenue, on a

$$-\underline{k}^2 + \Gamma\Lambda\omega^2 = rg + j\omega(r\Gamma + g\Gamma)$$

qui est donc l'équation de dispersion.

Définition : Relation de dispersion

C'est la relation qui lie ω et k . On l'écrit souvent de la forme $\omega = \omega(k)$. Elle est propre au milieu étudié.

On peut en tirer une conclusion importante :

$\underline{k} \in \mathbb{C}$ d'où la notation! On note $\underline{k} = k_1 - jk_2$, le - est une convention. u n'est pas une OPPS car $\underline{\beta}$ est complexe et n'est donc pas un vecteur d'onde. (même si c'est secondaire ici ça veut dire que l'onde est atténuée.)

On peut alors exprimer u en fonction de k_1 et k_2 ,

$$u(x, t) = u_0 e^{-k_2 x} \cos(\omega t - k_1 x)$$

On voit ainsi avec cette écriture que la définition de la vitesse de groupe doit être modifiée : en effet on ne peut pas dériver un nombre complexe pour obtenir une vitesse réelle et principalement, on voit que seule la partie réelle k_1 correspond à la propagation de l'onde. On re-définit alors la vitesse de phase :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k_1} = \frac{\omega}{\text{Re}[k]}$$

Or, dans le cas général, k_1 n'est pas proportionnel à ω (faire le calcul entier ? balancer le résultat?). On a donc une situation où la vitesse de phase propre dépend de la pulsation, chaque mode se propage avec une vitesse de phase différente, on est bien dans le cas de la dispersion.

Cela explique alors l'observation expérimentale : le pulse rectangulaire est composé de différents modes sinusoïdaux (OPPS) grâce à la décomposition de Fourier est modifié à cause des OPPS qui la composent.

Condition de Heaviside

L'objectif du câble coaxial étant tout de même de transporter un signal le plus fidèlement possible, on peut se demander si il existe une configuration du système étudié où la dispersion est, sinon nulle, minimisée. Pour cela, on cherche une solution de la forme $u(x, t) = f(t - \frac{x}{c})e^{-x/\delta}$ qui est une solution qui prend en compte l'atténuation de l'onde mais pas sa dispersion. En injectant cette solution dans l'équation de propagation, on, tombe sur la condition

$$g\Lambda = r\Gamma$$

Cette condition est nommée **condition de Heaviside** et les constructeurs essaient de la respecter au maximum, afin de minimiser la dispersion et ainsi avoir une information propagée la plus fidèlement possible.

2 Étude du phénomène de dispersion

2.1 Notion de paquet d'onde

On vient de mener l'étude pour une onde monochromatique, et on a montré que, de manière générale, on pouvait écrire une relation de dispersion $\omega = \omega(k)$ ou bien $k = k(\omega)$, qui conduisait à une décomposition de k en partie réelle et imaginaire.

- La partie réelle de k est responsable de la propagation, puisqu'on retrouve une fonction propagative, dépendant de $\omega t - k_1 x$.
- La partie imaginaire de k est responsable de l'atténuation, puisqu'on la retrouve dans le terme d'amplitude devant.

Mais une onde réelle ce n'est pas monochromatique, ne serait-ce que parce qu'elle a une durée de vie finie. Il faut donc considérer les ondes réelles non pas comme monochromatiques, mais plutôt comme somme d'onde monochromatiques. On appelle ça un **paquet d'onde**.

Forme complexe d'une onde monochromatique à la pulsation ω :

$$u_\omega(x, t) = u_{\omega,0} e^{i(\omega t - k(\omega)x)}$$

Forme complexe d'un paquet d'onde vu comme la somme d'onde monochromatiques :

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(\omega) e^{i(\omega t - k(\omega)x)} d\omega$$

Remarque

On intègre aussi sur les pulsations négatives parce qu'on est en complexes : un cos c'est ω et $-\omega$!

Ainsi, dans ce paquet, chaque fréquence va suivre sa propre évolution, indépendamment des autres... Peut-être que les hautes fréquences vont aller plus vite que les basses, ou inversement !

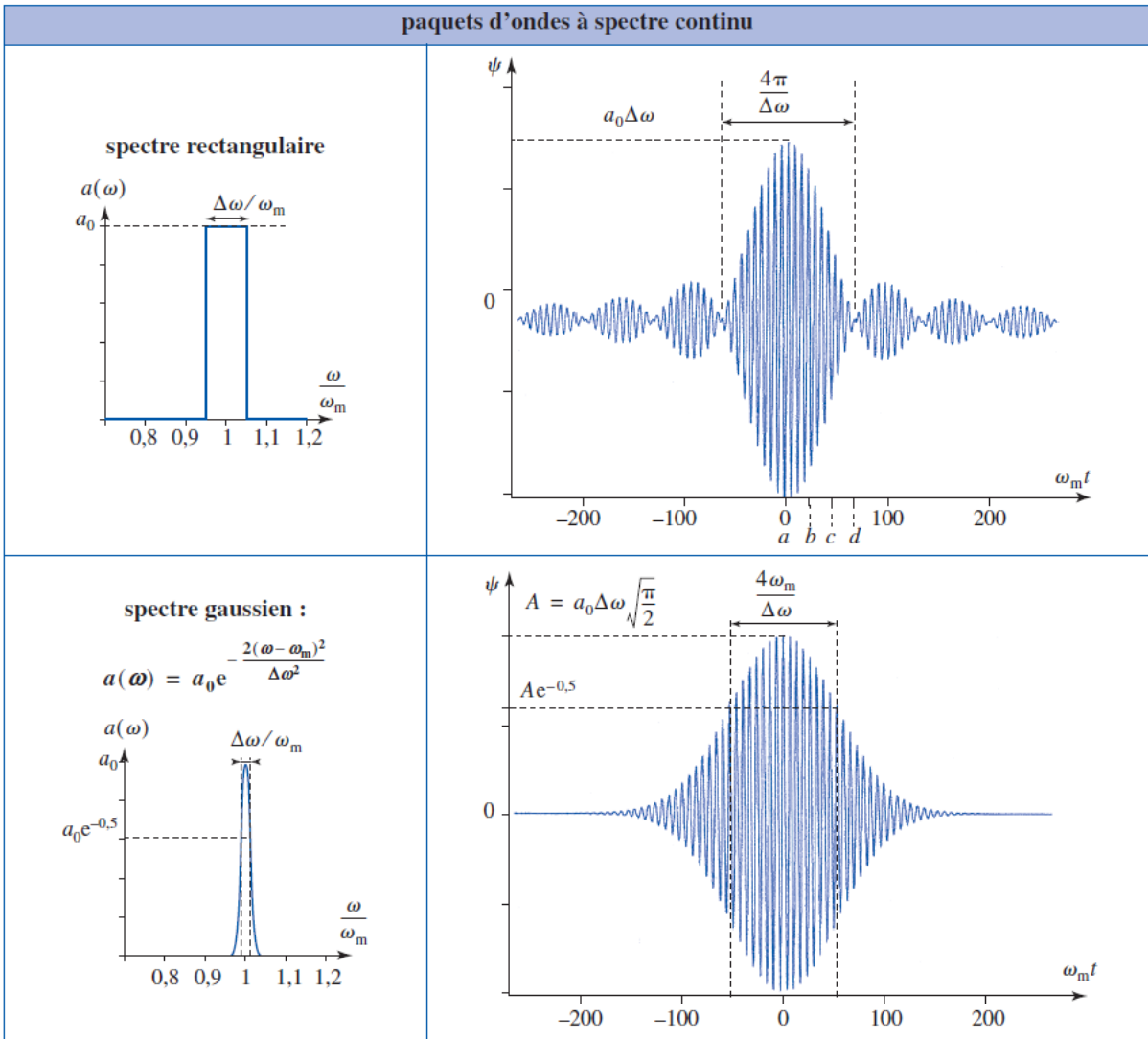


FIGURE 2.1 – Deux exemples de paquet d'onde. Le spectre des signaux représente, l'amplitude de chaque pulsation. HPrépa Ondes

2.2 Vitesses de groupe et de phase

Ainsi, l'évolution d'un tel paquet est bien plus complexe à décrire que pour une seule fréquence... Pour comprendre le phénomène, rapprochons-nous du cas monochromatique en supposant que le spectre est très piqué autour d'une valeur ω_0 . Notons $\Delta\omega$ l'extension spatiale de ce paquet :

$$u(x, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} u_0(\omega) e^{i(\omega t - k(\omega)x)} d\omega$$

Alors, autour de ω_0 , on peut écrire puisque $\Delta\omega \ll \omega_0$

$$k(\omega) = k(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0}$$

On remarque que $\left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0}$ est homogène à l'inverse d'une vitesse, on note donc

$$\frac{1}{v_g} = \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0} \quad k_0 = k(\omega_0)$$

De sorte que

$$e^{i(\omega t - kx)} = e^{i(\omega - \omega_0)\left(t - \frac{x}{v_g}\right)} e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}$$

On peut donc sortir un terme de l'intégrale et on trouve que

$$u(x, t) = e^{i(\omega_0 t - k_0 x)} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} u_0(\omega) e^{i(\omega - \omega_0)\left(t - \frac{x}{v_g}\right)} d\omega$$

L'amplitude complexe se met donc sous la forme

$$u(x, t) = \underbrace{A_e \left(t - \frac{x}{v_g} \right)}_{\text{enveloppe}} \underbrace{e^{i\omega_0 \left(t - \frac{x}{v_g} \right)}}_{\text{phase}}$$

Donc on retrouve un terme enveloppe et un terme de phase. L'enveloppe se déplace à la vitesse v_g , c'est pourquoi on l'appelle cette **vitesse de groupe** :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

La phase se déplace à une vitesse, appelée **vitesse de phase** :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

Interférences

Il est fortement stylé de faire le lien avec les interférences... Imaginons que je pose un paquet d'onde en $x = 0$ à $t = 0$. Dans ce paquet, on trouve des différentes phases

$$\phi(k, x, t) = \omega(k)t - kx$$

Plaçons-nous en (r, t) et demandons-nous quelles sont les ondes de ce paquet qui interfèrent constructivement... Pour ça, il faut qu'elles aient toutes accumulées la même phase, quelque soit leur longueur d'onde :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial k} \right)_{r,t} = 0 \implies \frac{d\omega}{dk} t - x = 0$$

On retrouve la vitesse de groupe! C'est la vitesse qu'ont toutes les ondes qui interfèrent constructivement en x à l'instant t . Notons que cette condition n'est valable qu'autour d'une onde k , effectivement $v_g = v_g(k)$ sinon il n'y a pas de dispersion.

On peut aussi donner une intuition de la vitesse de phase : si un front d'onde est situé en x à t puis en $x + dx$ à $t + dt$,

$$\phi = \omega t + kx = \omega(t + dt) + k(x + dx)$$

Donc la vitesse de phase est la vitesse du front d'onde :

$$v_\varphi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Et là, c'est le moment où on balance maaaaaasse simulations avec notre beau programme pour illustrer toutes ces notions! On commence par l'animation GeoGebra, qui ne prend pas en compte l'étalement du paquet, donc qui colle plus à ce qu'on vient de dire : <https://www.geogebra.org/m/YtjZ4fF5>

Important

C'est bien la vitesse de groupe qui porte l'information ! On voit sur les simulations, que même si la vitesse de phase est plus grande, elle s'éteint à l'avant de l'enveloppe. Il n'y a donc pas de problème si la vitesse de phase dépasse c tant que v_g reste en dessous !

Définition : Dispersion normale et anormale

Lorsque $v_\varphi > v_g$, on parle de **dispersion normale**, sinon on parle **dispersion anormale**. Illustrer ça avec le lien GeoGebra.

2.3 Étalement

Faut que ce soit un peu anecdotique cte partie, sinon c'est clairement hors programme... D'après ce qu'on a dit, on devrait juste voir une phase qui se déplace dans une enveloppe qui ne fait que translater... Or on observe numériquement que cette enveloppe change de forme également. On peut retrouver ce résultat si on développe à l'ordre 2 la phase :

$$k = k_0 + (\omega - \omega_0) \frac{1}{v_g} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \alpha$$

Dans l'intégrale, on aura alors un terme en

$$e^{i(\omega - \omega_0) \left(t - \frac{x}{v_g}\right) - \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \alpha x}$$

Et par transformée de FOURIER inverse, ce genre de gaussienne donne également une gaussienne, en temps, d'écart-type en \sqrt{Px} ... Ça typiquement ça sert à rien de le dire. Et au cas où y a des questions, on peut décrire l'évolution de l'enveloppe A_e (avec ce terme du second ordre) comme :

$$i \frac{\partial A_e}{\partial \tau} + P \frac{\partial^2 A_e}{\partial \xi^2} = 0 \quad \text{avec} \quad P = \frac{d^2 \omega}{dk^2}, \quad \tau = t, \quad \xi = x - v_g t$$

En fait cette équation reste même valable en prenant en compte les termes d'ordre supérieur ! La forme fait penser à SHRÖDINGER.

Mais dès lors, on comprend que la vitesse de groupe ne décrit bien la propagation que pour de **faibles dispersions** !

NB

En fait il n'existe pas de dispersion pour laquelle $v_\varphi = \text{cste}$ et $v_g = \text{cste}$ comme présentée dans l'animation GeoGebra... Ce n'est mathématiquement pas possible !

Effet KERR optique

L'introduction de non-linéarités permet parfois de compenser la dispersion ! Dans le cas de l'effet KERR, il se trouve que la relation de dispersion fait aussi intervenir l'intensité du signal, on peut alors développer :

$$\omega = \omega_0 + v_g(k - k_0) + \frac{1}{2} P(k - k_0)^2 + \frac{d\omega}{dI} I$$

Et on retombe sur du d'ALEMBERT apparemment...

3 Exemples de dispersion

But

Dans cette partie, on présente différentes relations de dispersion. Il ne s'agit pas de les établir (déjà des calculs en première partie), mais bien de les discuter :

1. On donne la relation de dispersion
2. On calcule v_φ et v_g
3. On dit si c'est de la dispersion normale / anormale
4. On dit si les petites longueurs d'onde vont plus vite ou plus lentement
5. On balance une simulation

3.1 Milieu diélectrique

Définition : Rappel : matériau diélectrique

Matériau qui possède un moment dipolaire permanent, ou susceptible d'en acquérir un lorsqu'on lui applique un champ électrique.

On rappelle les équations de Maxwell dans un Diélectrique Linéaire Homogène Isotrope (def :) sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D} = 0 \\ \mathbf{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \mathbf{B} = 0 \\ \mathbf{rot} \mathbf{B} = \mathbf{0} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \end{array} \right.$$

qui nous donne l'équation de propagation suivante, après le **rotrot** :

$$\Delta \mathbf{E} + \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

qui correspond à une équation de dispersion, pour une pseudo-OPPS :

$$k^2 = \frac{\epsilon_r}{c^2} \omega^2 = \frac{n^2}{c^2} \omega^2$$

L'expression de n^2 est donc nécessaire à l'étude de la dispersion et est donnée par le modèle de l'électron élastiquement lié (qui est parti en pré-requis faut pas exagérer hein) dont on rappelle les résultats à travers les expressions de $\epsilon_r \in \mathbb{C}$ et $n = n' + in''$ tel que $n^2 = \epsilon_r$

$$\epsilon_r = 1 + \frac{n_e e^2 / (\epsilon m_e)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i \frac{1}{\tau} \omega} \implies \epsilon \quad (3.1)$$

$$n' = 1 + \frac{n_e e^2}{2m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2/\tau^2}$$

On remarque que $n = n'(\omega) + in''(\omega)$ avec n' l'indice optique qui apparaît dans $k_1 = n' \frac{2\pi}{\lambda}$. Ainsi, k_1 a la même dépendance en ω que n' et c'est franchement pas linéaire. Il y a donc dispersion, trop bien !

Cette dispersion peut se voir d'une nouvelle façon par rapport aux discussions précédentes sur les vitesses, il s'agit de la détermination de la loi de Cauchy :

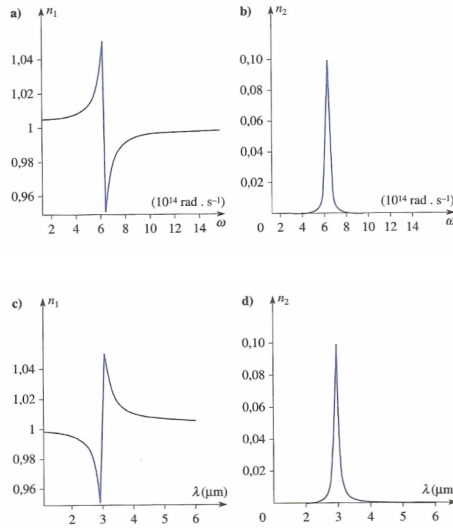


FIGURE 3.1 – **Dépendance en pulsation et longueur d’onde des indices de dispersion et d’absorption** - L’indice optique varie bien avec ν/λ . Tiré du Mauras EM 2e année

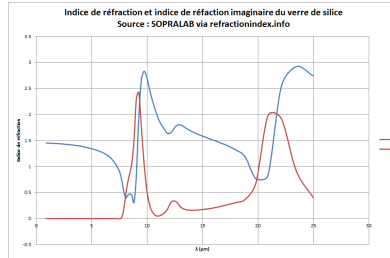


FIGURE 3.2 – Comparaison avec la théorie

Si on se place en dehors du domaine d’absorption, loin de ω_0 , on a $n'' = 0$ et $n' = n$, tout se passe comme si n , χ_E et ϵ_r étaient réels. On retrouve la notion de d’indice optique.

On a alors, en notant $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ la pulsation plasma :

$$n'^2 - 1 = \chi'_E = \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2/\tau^2} \simeq \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Après DL en $\frac{\omega}{\omega_0}$, il vient

$$n' \simeq 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \left(1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

On retrouve la loi de Cauchy ! Dans le visible ça donne $n(\lambda) = 1 + 1.36 \cdot 10^{-4} + \frac{1.06 \cdot 10^{-18}}{\lambda^2}$. Le λ_0 trouvé est de 88 nm, donc loin du visible, et l’approx est bonne.

Cette dépendance de l’indice optique avec la longueur d’onde explique les observations expérimentales avec le réseau et les arcs-en-ciel au passage.

Remarque

Il faut ici préciser que les deux aspects que l’on a montré de la dispersion (étalement du paquet d’onde et dispersion par le prisme) ne proviennent que de la dépendance cheloue de k_1 en ω , donc traduisent tous deux bien de la dispersion et ne sont pas contardictioires.

3.2 Plasma

♣ *Sanz, p.1001*

On a déjà établi la relation de dispersion pour un plasma :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c^2}$$

On a déjà parlé des ondes évanescentes tout ça tout ça... Maintenant, rentrons dans les détails de la dispersion :

$$\frac{1}{v_\varphi} = \frac{k}{\omega} = \frac{1}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

Et puis en différenciant, la relation de KG :

$$2kdk = \frac{2\omega d\omega}{c^2} \implies v_\varphi v_g = c^2$$

Donc finalement

$$v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$
$$v_g = c \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

Ou encore

$$v_\varphi = c \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{ck}\right)^2}$$
$$v_g = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{ck}\right)^2}}$$

- C'est de la dispersion normale (en plus vu que $v_\varphi v_g = c^2$, et que $v_g < c$, c'est normal lol).
- v_g croît avec k donc les petites longueurs d'onde avancent plus vite que les grandes! Lancer une animation avec le super programme de la mort qui tue.

3.3 Ondes gravito-capillaire

♣ *Guyon, Hulin, Petit, p.330*

♣ *LP10*

Dilemme : démontrer la relation ou juste la donner ?

CdIS : perso moi je la balance...

Du coup on a

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\gamma k^3}{\rho}\right) \tanh kh = gk (1 + (l_c k)^2) \tanh kh$$
$$v_\varphi = \frac{g}{k} (1 + (l_c k)^2) \tanh kh$$

Où $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ est la longueur capillaire, longueur à partir de laquelle la tension de surface se fait sentir... Au lieu de balancer toute cette formule, on peut se restreindre aux ondes de gravités :

$$\omega^2 = gk \tanh kh$$

CdIS : je pense que je me restreint à ça, vu que le but, c'est juste de trouver un exemple de relation de dispersion...

Ainsi en eau peu profonde, on retrouve une relation non dispersive !

$$\tanh kh \sim kh \implies \omega = \sqrt{gh} k \implies v_\varphi = v_g = \sqrt{gh}$$

Et en haut profonde, on a $\tanh kh \sim 1$:

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{g}{k}} = 2v_g$$

— Il s'agit donc d'une dispersion normale.

— La vitesse de groupe décroît quand k augmente, donc les grandes longueurs d'ondes vont plus vite que les petites, contrairement à KLEIN-GORDON !

Balancer une simulation et la vidéo :

https://www.youtube.com/watch?v=1Wi_KpBy8kUlist=PL8PYOdjIijU4jN1Fjwj2ioZb5HncSjecbindex=2t=10s

Questions

Le lien entre absorption et dispersion est-il général ? Oui, Kramers-Krönig

Pourquoi $u(x+dx,t)$ devient $u(x,t)$ dans la loi des mailles ?

La dispersion a-t-elle un intérêt ? Prismes

Pour le modèle de Lorentz (électron élastiquement lié), que se passe-t-il si les électrons sont considérés comme quantiques ? Pourquoi v est petit par rapport à c pour l'électron ?

Où a-t-on de la dispersion, à part le coax ?

Question d'élève : comment voir la dispersion sans calcul, sans équation ?

Comment mesurer expérimentalement la vitesse de phase et la vitesse de groupe ? Quand on envoie à l'aide d'un GBF via un haut parleur un signal d'une fréquence que mesure-t-on, la vitesse de phase ou la vitesse de groupe ? Et si on frappe dans les mains ?

L'air est-il un milieu dispersif pour les ondes sonores ? Dans le cadre d'un concert que se passe-t-il, qu'entendons-nous si on est tout près, à un mètre, ou à un kilomètre ?

Signification du temps caractéristique dans la relation de dispersion du conducteur ?

Comment démontre-t-on l'expression de la vitesse de phase ? Idem pour la vitesse de groupe ; ne pas faire la démo, mais donner le principe physique qui permet de la faire.

Air vraiment pas dispersif pour les ondes électromagnétiques ?

Cas où k imaginaire pur, quel type d'onde obtient-on ? Est-ce un problème que la vitesse de phase soit supérieure à la vitesse de la lumière ? Onde évanescente

Quelle loi permet d'écrire la première équation pour le cornet acoustique ?

Pourquoi utilise-t-on habituellement une décomposition en séries de Fourier pour caractériser une onde plane et une transformée de Fourier dans le cas d'un paquet d'onde ? Une onde plane est périodique, elle peut se décomposer en séries de Fourier et son spectre est donc discret. Un paquet d'onde n'est pas périodique, et on ne peut pas le décomposer en séries de Fourier. Il faut alors introduire la notion de transformée de Fourier afin de remonter à son spectre continu.

Pourquoi considère-t-on les noyaux immobiles dans le modèle de l'électron élastiquement lié ? La masse d'un électron étant très inférieure à celle d'un noyau, son mouvement peut être négligé. C'est l'approximation de Born-Oppenheimer.

Quelle est l'origine du terme de frottement fluide dans le modèle de l'électron élastiquement lié ? Le terme de frottement fluide est introduit de manière phénoménologique dans le modèle. Il permet de prendre en compte la dissipation par rayonnement de l'électron, ainsi que les collisions dans un gaz ou les interactions avec les vibrations du réseau cristallin dans un solide.

Que représentent les parties réelles et imaginaires d'un vecteur d'onde ? On décompose habituellement le vecteur d'onde de la forme $k = k' + ik''$. Sa partie réelle k' est liée à la dispersion de l'onde, et sa partie imaginaire k'' correspond à l'évolution de son amplitude au cours de sa propagation. Si $k'' < 0$, le milieu est absorbant, c'est le cas de la plupart des milieux. Si $k'' > 0$, le milieu est amplificateur, les cavités laser en sont un exemple.

Comment sont reliés les phénomènes de dispersion et d'absorption ? La partie réelle k' et la partie imaginaire k'' d'un vecteur d'onde sont reliées par les relations de Kramers-Kronig.

Est-ce que la vitesse de propagation de l'énergie est toujours égale à la vitesse de groupe ? Non, ce n'est pas le cas lorsque les milieux sont fortement dispersifs et avec un étalement important. La résonance d'une onde dans un diélectrique est un bon contre-exemple, car la vitesse de groupe est alors supérieure à la célérité de la lumière.

Citer un exemple d'onde se propageant dans un milieu dispersif mais pour laquelle sa dispersion est compensée. Un soliton (ou onde solitaire) se propage sans se déformer dans un milieu dispersif à cause des nonlinéarités du milieu. C'est une solution de l'équation de Korteweg-de Vries qui modélise par exemple les ondes à la surface de l'eau dans le cas d'une faible profondeur.

Pour les exemples présentés, la pulsation ω est réelle et le vecteur d'onde \mathbf{k} est complexe, est-ce que l'inverse est possible ? Lorsque l'on fixe la pulsation ω d'une onde, on étudie sa propagation dans l'espace en remontant à son vecteur d'onde \mathbf{k} , qui peut être complexe. Mais par analogie il serait également possible de fixer son vecteur d'onde \mathbf{k} réel, puis d'étudier l'évolution temporelle de l'onde avec sa pulsation ω , qui pourrait être complexe.

Bande passante de l'oscilloscope ? Ca dépend du modèle mais environ 100 MHz.

Exemple de dispersion classique ? Prisme, on peut aussi parler de la ionosphère, chaîne de pendules couplés, fibre optique.