

LP24 - Ondes progressives, ondes stationnaires

Cléments (DE LA SALLE et COLLÉAUX)

9 juin 2020

Niveau : L2

Bibliographie

- ↗ HPrépa Ondes MP
- ↗ *J'intègre MPSI ed.2*, **Sanz** Chap. 2
- ↗ *J'intègre PCSI ed.5*, **Sanz** Bizarrement fait, mais y a quelques petits trucs et quelques bugs graphiques
- ↗ *J'intègre PC ed.5*, **Sanz** Pour les bails de D'ALEMBERT
- ↗ vidéo corde de Melde

Prérequis

- Mécanique classique
- Étude du câble coaxial
- Électrocinétique (lois de Kirshhoff, énergie et puissance électrique)

Expériences



Table des matières

Table des matières	1
1 Généralités	2
1.1 Notion d'onde	2
1.2 Mise en équation dans des cas simple	2
1.2.1 La corde de MELDE	2
1.2.2 Le câble coaxial	4
1.3 Analogies	5
2 Ondes progressives	5
2.1 Observations	5
2.2 Solutions de l'équation de D'ALEMBERT	6
2.3 Aspects énergétiques	6
3 Ondes stationnaires	7
3.1 Des ondes progressives aux ondes stationnaires	7
3.2 Modes propres	8
3.3 Énergie d'un mode	9
3.4 Corde de Melde	10

Introduction

Ptdr les ondes c'est chaud comment y en a partout, classique bullshit d'intro...

Manip' : Motivation

On fait tomber un caillou dans de l'eau, on excite une corde de MELDE, on parle (acoustique tmtc)... Laissez libre court à votre imagination pour montrer à quel point on est envahi par ces machins là.

1 Généralités

1.1 Notion d'onde

Définition : Onde

Définition physique Une **onde** est un champ dont l'évolution est décrite par une équation aux dérivées partielles.

Définition pratique Une **onde** est la propagation d'une perturbation dans l'espace à travers le temps.

Exemples

- Corde de Melde, on peut même faire une petite démo avec une corde qu'on excite à la main → hauteur de la corde
- Ondes de surface (diapo) → hauteur de la surface
- Ondes électromagnétiques → amplitude des champs \mathbf{E} , \mathbf{B}
- Ondes acoustiques → champ de pression

La deuxième définition est (à peu près) celle de WIKIPÉDIA... En fait elle correspond à l'intuition qu'on en a, mais le but de cette leçon est (entre autre) justement de montrer qu'une telle définition est trop restrictive car elle ne prend pas en compte un type d'onde (**stationnaires** OMG).

1.2 Mise en équation dans des cas simple

1.2.1 La corde de MELDE

Manip' : Motivation

On secoue la corde et hop, y a un truc qui part... On peut même s'amuser à secouer sinusoïdalement pour gagner un peu de temps! Bravo, vous venez de gagner +10 points de motivation pour vous lancer dans un calcul aussi chiant que nécessaire. Faites-en bon usage!

Hypothèses

- On néglige la pesanteur, la torsion de la corde et la corde est considérée inextensible.
- On ne considère que les forces de torsion.
- La masse linéique est notée μ .
- On considère des petits angles : $\alpha(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dx} \ll 1$ donc que des déplacements

- ments selon l'axe \vec{e}_y , l'accélération selon \vec{e}_x est nulle $a_x = 0$
- Donc $\sin \alpha \simeq \alpha$, $\cos \alpha = 1$ et $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx$

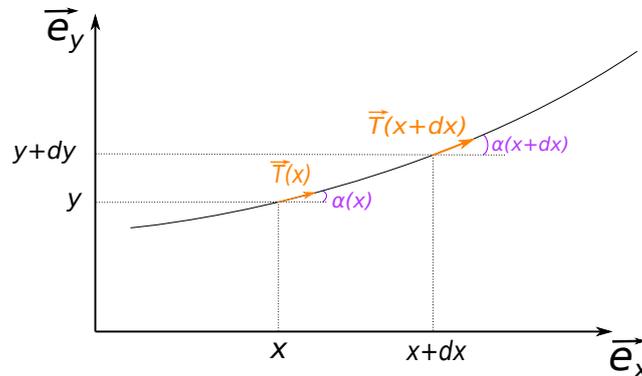


FIGURE 1.1 – Modèle étudié de la corde vibrante

Appliquons le PFD sur un tronçon de corde, selon les axes \vec{e}_x et \vec{e}_y .

Selon l'axe \vec{e}_x , on a

$$\begin{aligned}
 \mu dx a_x = 0 &= T(x+dx, t) \cos \alpha(x+dx, t) - T(x, t) \cos \alpha(x, t) \\
 0 &= \frac{\partial(T \cos \alpha)}{\partial x} \\
 \implies T(x, t) \cos \alpha(x, t) &= C^{\text{st}} \\
 \implies T(x, t) = C^{\text{st}} = T_0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Selon l'axe \vec{e}_y , on a

$$\begin{aligned}
 \mu dx a_y &= T(x+dx, t) \sin \alpha(x+dx, t) - T(x, t) \sin \alpha(x, t) \\
 \mu dx a_y &= T_0 (\sin \alpha(x+dx, t) - \sin \alpha(x, t)) \\
 \mu dx a_y &= T_0 (\alpha(x+dx, t) - \alpha(x, t)) \\
 \mu a_y &= T_0 \frac{\partial \alpha}{\partial x} \\
 \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

Ce type d'équation est appelée **équation de D'ALEMBERT**.

Remarques

- Elle est caractéristique des propagation d'un type d'onde très particulier : les ondes **non-dispersives**... Ces ondes ne changent pas de forme au court de leur propagation et vérifie la relation $c = \lambda \nu$, déjà vue dans le cas de la lumière par exemple. Parler de la relation de dispersion n'est pas nécessaire à notre sens, dans le cadre de cette leçon...
- L'espace et le temps semblent jouer des rôles similaires. Ceci correspond à l'intuition qu'on peut avoir de la propagation d'une perturbation : prendre deux photos à $t = 0$ mais à des lieux espacés de d correspond à prendre deux

photos au même endroit, mais aux instants $t = -d/v$ et $t = 0$.

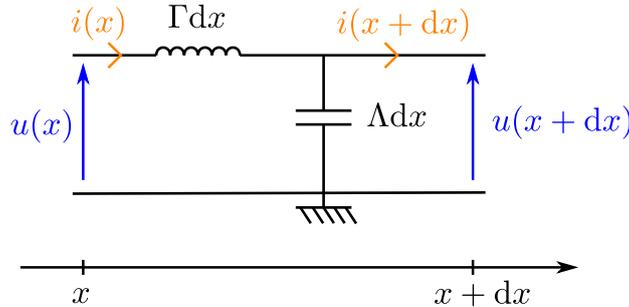
- La dérivée seconde par rapport au temps est gage de **réversibilité**. En changeant si $y : t \rightarrow y(t)$ est solution, alors $t \rightarrow y(-t)$ l'est aussi. Ça se remarque facilement : on peut filmer la propagation de l'onde le long de la corde puis mettre le film à l'envers, ça ressemble toujours à une propagation d'onde!

▮ *Les ondes mécaniques c'est bien, mais c'est pas les seules*

1.2.2 Le câble coaxial

Le but est maintenant de montrer la puissance des analogies... On va se farcir un nouveau calcul (qu'on va évidemment moins détailler) afin de bien sentir les analogies qu'on peut faire, et de se persuader que c'est pas du bullshit de prof flemmard. De plus ça nous permettra d'introduire les premiers jalons des aspects énergétiques :

On a vu précédemment qu'un câble coaxial était caractérisé par une inductance linéique Λ et une capacité linéique Γ , on peut alors modéliser chaque tronçon dx comme sur la figure :



On peut écrire la loi de mailles :

$$u(x+dx) = u(x) - (\Lambda dx) \frac{\partial i}{\partial t}$$

Et la loi des noeuds :

$$i(x) = i(x+dx) + (\Gamma dx) \frac{\partial u}{\partial t}$$

De sorte à avoir les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$

D'une part, on retrouve une équation de D'ALEMBERT pour u et pour i , et d'autre part, on sait (cf. cours d'élec) que l'énergie linéique est définie comme

$$e = \frac{1}{2} \Lambda i^2 + \frac{1}{2} \Gamma u^2$$

Alors la variation temporelle de cette énergie est :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \Lambda i \frac{\partial i}{\partial t} + \Gamma u \frac{\partial u}{\partial t}$$

Et en réutilisant les formules établies (loi des mailles et des noeuds), on a :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -i \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial i}{\partial x}$$

On reconnaît alors la puissance $P = ui$, d'où l'équation

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

Remarque

Il s'agit d'une équation de conservation 1D dans laquelle P joue le rôle de vecteur portant l'énergie.

1.3 Analogies

Là c'est la partie avec laquelle le jury est censé se branler, donc sortez-moi vos plus beaux tableaux!

On peut faire une simple analogie des grandeurs :

	Corde vibrante	Cable coaxial	Onde acoustique	Onde EM
Grandeurs couplées	v_y et T_y	i et u	\vec{v}_1 et p_1	\vec{E} et \vec{B}
Equation	$\partial_x^2 y - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 y$	$\partial_x^2 u - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 u$	$\partial_x^2 \vec{v}_1 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \vec{v}_1$	$\partial_x^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \vec{E}$
Vitesse	$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$	$c = \sqrt{\frac{1}{\Gamma \Lambda}}$	$c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_S}}$	$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$
Puissance	$P = T_y \cdot v_y$	$P = u \cdot i$	$P = \langle p_1 \vec{v}_1 \rangle$	$P = \langle \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \rangle$
Densité d'énergie	$e = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$	$e = \frac{1}{2} \Gamma u^2 + \frac{1}{2} \Lambda i^2$	$e = \frac{1}{2} \rho_0 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} \chi_S p_1^2$	$e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{2 \mu_0} \vec{B}^2$

Mais ce qui est intéressant, c'est aussi de voir que dans chacun des cas, même si on écrit l'équation seulement pour les champs y et u , il existe un **couplage** (y, T et u, i) entre deux champs. C'est ce couplage qui est à l'origine de l'établissement de D'ALEMBERT.

2 Ondes progressives

🚩 *Sanz PC p.871*

2.1 Observations

🚩 *Sanz PCSI p.60*

Avant de se plonger dans les calculs de résolution de l'équation, on va voir comment s'arranger "à la physicienne"...

Visuellement, quand on excite la corde temporairement (la pauvre, elle n'a rien demandé), la perturbation ne change pas de forme, mais se déplace simplement le long de son axe à une vitesse c . Prenons une photo de la corde à un instant $t = 0$. On note alors $y(x, 0)$ son profil... On peut prévoir simplement son profil à instant $t > 0$: ce sera le même, mais décalé d'une distance ct

$$y(x, t) = y(x - ct, 0)$$

C'est équivalent à la deuxième remarque faite sur l'équation de D'ALEMBERT. De même, on peut imaginer que si la perturbation se déplace dans le sens opposé, cela revient à changer c en $-c$ et on aurait alors

$$y(x, t) = y(x + ct, 0)$$

Ceci nous amène à penser que les variables

$$\begin{cases} u = x - ct \\ v = x + ct \end{cases}$$

jouent des rôles tout à fait particuliers...

2.2 Solutions de l'équation de D'ALEMBERT

Bon bah à tout hasard, essayons un petit changement de variables $(x, t) \rightarrow (u, v)$ voir ce que ça donne ...

$$\begin{cases} u = x - ct \\ v = x + ct \end{cases} \implies \begin{cases} \partial_x = \partial_x u \partial_u + \partial_x v \partial_v = \partial_u + \partial_v \\ \partial_t = \partial_t u \partial_u + \partial_t v \partial_v = c(\partial_v - \partial_u) \end{cases} \implies \begin{cases} \partial_x^2 = \partial_u^2 + \partial_v^2 + 2\partial_u \partial_v \\ \partial_t^2 = c^2(\partial_v^2 + \partial_u^2 - 2\partial_u \partial_v) \end{cases}$$

Donc l'équation devient :

$$\partial_u \partial_v y = 0$$

Donc on peut intégrer par rapport à v :

$$\partial_v y = f(u)$$

Où $f(u)$ est une fonction quelconque dérivable, on peut nommer $F(u)$ une de ses primitives de sorte que, la deuxième intégration donne

$$\begin{aligned} y(u, t) &= F(u) + G(v) \\ y(x, t) &= F(x - ct) + G(x + ct) \end{aligned}$$

Où F et G sont deux fonctions \mathcal{C}^2 à une variable

On a donc montré que toutes les solutions se mettaient sous la forme d'une somme d'un profil F se déplaçant à c dans le sens des x croissants et d'un profil G se déplaçant à la même vitesse mais dans le sens opposé. Ce sont ces ondes que l'on appelle **propagatives**

Définition : Onde propagative

Il s'agit d'une onde qui ne dépend que des seuls paramètres $x - ct$ et $x + ct$

2.3 Aspects énergétiques

Une onde propagative transmet de l'énergie à la vitesse c . C'est-à-dire que la puissance et l'énergie sont aussi des ondes propagatives (en temps que fonctions d'ondes propagatives, c'est tout à fait naturel)

Exemple

Pour le câble coax,

$$P(x, t) = u(x - ct)i(x - ct) = P(x - ct)$$

Et de même pour l'énergie.

Prenons une onde propagative allant dans la direction des x croissants. Alors on peut écrire que $e(x, t) = e(x - ct) = e(u)$ et de même $P(u)$. Donc l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$-ce'(u) + P'(u) = 0 \implies P = ce$$

Ceci se comprends bien par un raisonnement qu'on a l'habitude de faire lorsqu'on manipule des lois de conservation : on considère un point x , et on s'intéresse à la variation de son énergie en un temps dt .

- D'une part, celle-ci est définie à partir de la puissance $dE = Pdt$
- D'autre part, cette énergie correspond à celle qui était contenu dans le tronçon (cdt) avant lui : $dE = ecdt$

En identifiant ces deux relations, on a bien que $P = ce$. Et de même, pour une onde qui se propage suivant les x décroissants, $P = -ce$.

$$P = \pm ce$$

3 Ondes stationnaires

♣ *Sanz PCSI p.95*

Manip' : Corde de Melde pour introduire le rôle des CL

Nous venons d'étudier la décomposition d'une onde en ondes progressives. Nous allons maintenant nous intéresser à une nouvelle décomposition à l'aide des...**ondes stationnaires**. À ce stade, il est important de noter que les ondes stationnaires et les ondes progressives ne sont pas en opposition : il s'agit juste de deux familles de fonctions sur lesquelles on peut décomposer toute solution l'équation de d'Alembert.

3.1 Des ondes progressives aux ondes stationnaires

Définition : Onde stationnaire

Une onde est dite stationnaire si son expression fait intervenir les variables spatiales et temporelles de manière séparée. On écrit alors, en toute généralité : $s(\vec{x}, t) = f(\vec{x}) g(t)$

Cherchons maintenant une solution de l'équation de d'Alembert sous forme d'une onde stationnaire. Pour simplifier les calculs nous nous placerons dans une problème 1D avec donc $y(x, t) = f(x)g(t)$. En injectant cet ansatz (comme le dit si bien Titi) dans l'équation de d'Alembert on obtient :

$$g \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{1}{c^2} f \frac{d^2 g}{dt^2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dt^2} = c^2 \frac{1}{f} \frac{d^2 f}{dx^2}$$

On a donc deux fonctions de deux variables différentes qui sont égales, les deux sont donc égales à une constante. Si cette constante est nulle alors l'onde n'existe pas (super ☹) et si cette constante est positive les solutions en exponentielles croissantes ne peuvent pas vérifier les CL. La constante est donc

négative et homogène à des s^{-2} , on la notera donc $-\omega^2$ (étonnant me dites-vous ? Non vous me dites pas ça parce que c'est pas étonnant en fait). Il vient donc un système de deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dt^2} = -\omega^2 \implies g(t) = \alpha \cos(\omega t + \phi) \\ \frac{1}{f} \frac{d^2 f}{dx^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} = -k^2 \implies f(x) = \beta \cos(kx + \varphi) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

On obtient donc l'ensemble des solutions en onde stationnaire :

$$y(x, t) = y_0 \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \phi), \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

On vérifie bien que les variables x et t sont séparées ! De plus, les points x vérifiant $y(x, t) = 0, \forall t$ sont appelés noeuds de vibration et les points x d'amplitude maximale sont appelés ventres de vibrations.

Lien entre ondes progressives et ondes stationnaires

$$y(x, t) = y_0 \cos(kx + \varphi) \cos \omega t + \phi$$

On utilise alors la formule de trigonométrie $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$ qui nous permet d'écrire :

$$y(x, t) = \frac{y_0}{2} [\cos(kx + \omega t + \varphi + \phi) + \cos(kx - \omega t + \varphi - \phi)]$$

Ainsi, une onde stationnaire peut toujours s'écrire comme la somme de deux ondes progressives harmoniques de même amplitude, de même pulsation mais de sens opposés. Par un raisonnement analogue dont la réalisation est laissée au soin du lecteur, toute onde progressive harmonique peut s'écrire comme la somme de deux ondes stationnaires.

À la vue de l'équivalence entre les deux descriptions, il est donc naturel de se demander quel type de description choisir. Pour cela, il faut se baser sur les CL. Si les CL imposent un noeud de vibration quelque part, on choisira la description en ondes stationnaires dont la forme en produit facilite la prise en compte du noeud de vibration.

3.2 Modes propres

Considérons les solutions trouvées précédemment. La résolution avec les CL $y(0, t) = y(L, t) = 0, \forall t$ donne, avec évidemment L la longueur de la corde,

$$\varphi = 0 \quad ; \quad k_n = \frac{n\pi}{L} \quad ; \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad ; \quad n \in \mathbb{N}^*$$

On a ici une structure en **modes** indicés par n , cette quantification provient des conditions aux limites. Avec la définition de $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$ on obtient une condition de quantification sur la longueur de la corde :

$$\lambda_n = \frac{2}{n} L$$

Un mode de vibration n'est alors possible que si la longueur d'onde associée est un sous multiple de la longueur de la corde. Il est important de noter que l'origine de cette structure en modes provient directement des conditions aux limites, ces mêmes conditions qui ont nécessité l'utilisation des ondes stationnaires. On peut généraliser ce résultat : **toute onde stationnaire solution de l'équation de d'Alembert possède une structure en modes.**

On obtient alors l'ensemble de tous les modes propres de la corde :

$$y_n(x, t) = y_{0,n} \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \phi_n) \quad \text{avec} \quad k_n = \frac{n\pi}{L} \quad ; \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{L}, \quad f_n = n \frac{c}{2L}$$

On peut appliquer ça aux instruments de musique, trouver un bon bouquin sur ça...

Faire des jolis schémas pour représenter les différents modes, expliquer le lien entre n et le nombre de noeuds.

Manip' : MELDE

Sans exciter sinusoïdalement la corde en une extrémité, si on est assez précis, on peut l'attacher des deux côtés et constater que si on pince la corde en $L/2$, qu'on excite la corde, le mode 2 reste même après avoir relâcher entièrement la corde. Pareil si on pince en $L/3$ et $2L/3$, mais là il faut trois bras, donc ça devient compliqué.

3.3 Énergie d'un mode

(On se fera un plaisir de projeter ces magnifiques calculs au tableau)

Par analogie directe avec le câble coax, on peut écrire directement l'énergie linéique $e(x, t)$:

$$e(x, t) = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{T_0}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$$

Pour un mode n , avec $y_n(x, t) = y_{0,n} \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \phi_n)$, on a

$$- \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = \omega_n^2 y_{0,n}^2 \sin^2(k_n x) \sin^2(\omega_n t + \phi_n)$$

$$- \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = k_n^2 y_{0,n}^2 \cos^2(k_n x) \cos^2(\omega_n t + \phi_n)$$

L'énergie linéique de la corde s'écrit donc

$$e(x, t) = \frac{\mu}{2} \omega_n^2 y_{0,n}^2 \sin^2(k_n x) \sin^2(\omega_n t + \phi_n) + \frac{T_0}{2} k_n^2 y_{0,n}^2 \cos^2(k_n x) \cos^2(\omega_n t + \phi_n)$$

On intègre ensuite sur toute la longueur de la corde pour avoir l'énergie totale d'un mode E_n . Pour cela, on utilise les formules vues dans les petites classes $\int_0^L \sin^2(k_n x) dx = \int_0^L \cos^2(k_n x) dx = \frac{L}{2}$. On arrive alors à l'expression :

$$E_n = \frac{T_0}{4L} (n\pi)^2 y_{0,n}^2 = C^{\text{st}}(n)$$

L'énergie des modes propres est donc une constante ne dépendant juste de l'ordre et pas de t . Sans apport d'énergie ou de dissipation (pas présente dans d'Alembert de toute façon), l'énergie d'un mode de varie donc pas dans le temps ni dans l'espace !

On se rappelle alors que toute onde stationnaire peut s'écrire comme somme de deux ondes progressives de sens opposés. On a déjà montré en partie II qu'une onde progressive propageait de l'énergie dans son sens de propagation. Ainsi, deux ondes progressive de sens opposés impliquent des flux d'énergie en sens opposés et donc, un bilan total nul : **une onde stationnaire ne propage pas d'énergie !**

3.4 Corde de Melde

Nous nous plaçons désormais en régime forcé, la corde est excitée sinusoïdalement à une de ses extrémités. Par exemple, l'extrémité $x = 0$ reste fixée grâce à un système masse/poulie. En supposant la poulie parfaite (pas de dissipation d'énergie) et la masse m immobile, cette masse impose à la corde une tension $T_0 = mg$. En $x = L$, la corde est reliée à un pot vibrant imposant à cette extrémité un mouvement $y(x = L, t) = A_0 \cos \omega t$.

La solution générale est $y(x, t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \phi)$ et la prise en compte des CL permet d'écrire :

$$y(x, t) = y_0 \frac{\cos(\omega t)}{\sin(kL)} \sin(kx)$$

On remarque que pour $kL = n\pi \iff \omega = n \frac{\pi c}{L}$, on a $y(x, t) \rightarrow \infty$.

Il y a alors apparition du **phénomène de résonance** lorsque la pulsation d'excitation est égale à la pulsation propre d'un mode propre.

Bien évidemment, en pratique l'amplitude de l'onde ne diverge pas (ah bon ?) : la corde n'est pas infiniment extensible, des interactions avec le milieu peuvent engendrer des pertes d'énergie, l'hypothèse $\alpha \ll 1$ n'est évidemment plus possible... On peut aussi montrer que pour la corde de Melde, l'énergie totale du mode excité diverge. Là encore cette divergence n'est que mathématique mais on retrouve bien l'énergie transférée au système qui est maximale, c'est la définition d'un système à la résonance.

Questions

Définition de la vitesse de groupe théorique ? Dans quelle leçon pourrait-on la placer ? Si k est complexe, quelle partie intervient dans v_g ? Vous avez mentionné d'autres types d'équation à part d'Alembert, pouvez-vous en citer d'autres (câble coax avec pertes) ? Quelle est la relation de dispersion pour le câble coaxial avec pertes ? Définition exacte de la dispersion ? Que se passe-t-il dans le câble si on a de l'absorption ou de la dispersion ? En quel matériau est fait l'isolant du câble ? $v_g = d\omega/dk$, on la place dans propagation avec dispersion
Câble coaxial : en général, isolant = PE

corde de melde : Quelle fréquence aviez-vous théoriquement ? Pourquoi avoir obtenu une fréquence moitié ? Pourquoi la corde n'explose pas (hypothèse des petits angles plus valides, du coup la formule de la résonance ne s'applique plus)

câble coax : pouvez-vous réexpliquer quels sont les deux signaux ? Quelle est la différence entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe ? Que mesurez-vous ici ? Comment mesurer seulement la vitesse de phase ? Est-ce que l'ordre de grandeur de la célérité mesurée ici est bonne ? (vitesse de groupe) (en envoyant une sinusoïde et en mesurant le décalage)

comment fonctionne un RLC mètre ? Analogies entre oscillateur forcé amorti et circuit RLC série pour les résonances ? Y'a-t-il une résonance si sortie aux bornes de l'inductance ?