

LP14 - Machines thermiques réelles

Cléments (COLLÉAUX et DE LA SALLE)

30 mai 2020

Niveau : L1 ou L2

Bibliographie

- ♣ Franchement ce cours est très sympa pour la partie plus théorique au début :
http://www.matthieurigaut.net/public/sup/thd/cours_thd06_prof.pdf
- ♣ Précis Bréal P3SI, p.156 → Petits exos notamment avec le moteur Diesel
- ♣ **Thermodynamique, Perez** → chap 10
- ♣ *Thermodynamique, une approche pragmatique, Çengel* → stylé
- ♣ *HPrépa, Thermodynamique MPSI*
- ♣ *Physique PCSI, Sanz*
- ♣ *J'intègre PCSI*
- ♣ BUP 824 pt. 2 Paraît qu'il est ouf!

Prérequis

Expériences

- Diagrammes des frigoristes (CLAPEYRON et compagnie) ☹
- Premier principe pour les systèmes ouverts
- Chaleur latente

Table des matières

Table des matières	1
1 Présentation	2
1.1 Motivations	2
1.2 Application des deux premiers principes de la thermodynamique	3
1.3 Diagramme de RAVEAU	4
2 Moteurs réels	4
2.1 Moteur à explosion	5
2.2 Moteur Diesel	7
3 Machines frigorifiques	8
3.1 Diagramme des frigoristes	9
3.2 Principe du frigo	12
4 Questions	14

Introduction

On a fait plein de choses amusantes avec la thermo mais maintenant c'est le moment de voir comment ce domaine à vraiment révolutionné le monde au XIX^e siècle lors de la révolution industrielle : grâce aux machines thermiques.

Et c'est pas un vieux truc qui a disparu aujourd'hui ! Il y a plus de train à vapeur, tous les appareils électroménagers fonctionnent à présent à l'électricité, MAIS les moteurs de voiture, les centrales à charbon, les frigo, les P1C... Tout ça c'est encore des technologies utilisées !

En gros la leçon va se diviser en deux parties : une partie cool sur les considérations générales des machines thermiques et une deuxième partie qui pue sur les machines réelles... Il faudra d'après le jury bien insister sur les analyses numériques, les calculs de rendement et les sources d'irréversibilité... Beaucoup de joie en perspective !

1 Présentation

1.1 Motivations

Définition : Machine thermique

Une **machine thermique** c'est un système fermé dont l'évolution est cyclique (périodique).

Rappel

Un système fermé ne peut qu'échanger de l'énergie avec l'extérieur (sous forme de chaleur ou de travail).

On peut dès lors la représenter avec un petit diagramme qui va bien nous servir ! On y représente le système (noté Σ) ainsi que toutes les sources de chaleur avec lequel il échange de l'énergie sous forme de chaleur (Q) et qui constituent, avec la source de travail, l'extérieur.

Attention

Toutes les quantités sont définies algébriquement dans le sens de réception du système... Cependant pour plus de clarté, nous serons amenés plus tard à définir le sens des flèches en fonction du signe du transfert, afin de mieux visualiser qui apporte de l'énergie et qui en consomme

La seule différence entre une machine thermique et n'importe quel système fermé est donc la notion de **cycle**... En effet lorsqu'on veut mettre en marche un moteur ou un frigo, on veut qu'il fonctionne de façon continue tant qu'on ne décide pas de l'arrêter. Ceci implique (puisque U et S sont des fonctions d'état) que :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 \quad \Delta S_{\text{cycle}} = 0$$

Définition : Moteur et récepteur

On dit d'une machine thermique que c'est un **moteur** lorsqu'elle produit un travail : $W < 0$, à l'inverse si $W > 0$, on dit que c'est un **récepteur**

1.2 Application des deux premiers principes de la thermodynamique

On peut dès lors imaginer plusieurs types de machines en fonction du nombre de sources avec lesquelles elles sont en contact... Commençons par le plus simple : la machine monotherme, en contact avec une source à la température T_0 . Appliquons joyeusement les deux principes de la thermo !

Premier principe

$$\Delta U = 0 = W + Q$$

Deuxième principe

$$\Delta S = 0 = \frac{Q}{T_0} + S_c$$

Or puisque l'on a $S_c \geq 0$, alors on aura nécessairement $Q \leq 0$ donc $W \geq 0$, donc ça ne nous intéresse pas trop car :

Il n'existe pas de moteur thermique monotherme.

N2

Ce résultat est d'origine purement entropique et est une conséquence directe du deuxième principe. On n'aurait pas pu l'expliquer sans ce principe.

Donc c'est pas grave, relevons-nous après cette déception et continuons plus déterminés que jamais avec la machine ditherme ! Spoiler alert : cette fois-ci ça va marcher et on se contentera de ça pour la leçon. On note T_c, Q_c la température et la chaleur reçue de la source chaude et T_f, Q_f pour la source froide. Cette fois-ci, le premier principe s'écrit :

$$\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$$

Et le deuxième principe nous donne un résultat important appelé **Inégalité de Clausius** :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

Il nous reste à définir une grandeur importante pour les machines thermiques

Définition : Rendement et efficacité

Le rendement (pour un moteur) ou efficacité (pour un récepteur) est défini-e comme le rapport de l'énergie utile sur l'énergie coûteuse.

Dans le cas d'un moteur, on utilise le transfert reçu par la source chaude ($Q_c > 0$) pour créer du travail ($W < 0$) ainsi le rendement est

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_c|} = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c}$$

Or grâce à l'inégalité de CLAUSIUS, on peut majorer ce rendement :

$$\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Ici le rendement NE PEUT PAS atteindre la valeur de conversion totale 1. On a une limitation propre aux machines thermiques et d'origine entropique. Dans le cadre de cette leçon, il est important de constater que c'est l'**irréversibilité** qu'il va falloir limiter.

Dans le cas de transformations réversible, le rendement maximal est appelé **rendement de Carnot** (notion de cycle de

Carnot dans les bouquins de Prépa)

On peut de même définir une **efficacité de Carnot** pour les machines réceptrices. On peut récapituler tout ça dans un petit tableau :

Moteur	P1C	Frigo
$\eta = -\frac{W}{Q_c}$	$e = -\frac{Q_c}{W}$	$e = \frac{Q_f}{W}$
$\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$	$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}$	$\frac{T_f}{T_c - T_f}$

OG

Un récepteur peut avoir une efficacité supérieure à 1 ! En effet l'énergie thermique est "plus facile à créer" que le travail. Par exemple pour un frigo qui conserve les aliments à 6°C dans une pièce à 20°, l'efficacité de Carnot vaut $e_c = 279/(20 - 6) \sim 20$.

Ainsi on a vu qu'une machine ditherme était caractérisée par les trois transferts W , Q_c et Q_f . On peut donc faire la zoologie des machines dithermes de façon ludique et amusante... En fonction du signe de ces grandeurs.

1.3 Diagramme de RAVEAU

Le but est de représenter chaque machine ditherme par un point de fonctionnement dans l'espace des coordonnées (Q_c, Q_f) . L'inégalité de Clausius exclu directement toute la zone pour laquelle $Q_c > -\frac{T_c}{T_f} Q_f$. Puis on peut séparer le restant de l'espace en deux zones :

Moteur

$$W < 0 \implies Q_c > -Q_f$$

Récepteur

$$W > 0 \implies Q_c < -Q_f$$

On trace alors les droites $Q_c = -\frac{T_c}{T_f} Q_f$ et $Q_c = -Q_f$ sur le diagramme et on répertorie les différentes régions... C'est joli :)

Voilà, fin de la partie sympa... On a exprès pas encore parlé de diagrammes des frigoristes ni explicité le type des transitions mises en jeu. Vu qu'on a pas trop le temps et qu'on s'est déjà pas mal égaré dans des considérations trop générales, vaut mieux rentrer directement dans les exemples et découvrir sur le tas les nouvelles notions !

2 Moteurs réels

Autre plan

- Représentation en PP, V
- Moteur à explosion

2.1 Moteur à explosion

Idée

Commencer par montrer le cycle réel et dire qu'on l'approxime par

BUP 824 Cycles dithermes dans le temps

Le moteur à explosion est un moteur à combustion interne dont l'allumage est commandé par des éclateurs appelés *bougies*. Schématiquement, une masse d'air et d'essence subit un cycle formé de deux isentropiques et deux isochores. Ce cycle a été proposé en 1862 par A. Beau de Rochas et ce moteur a été réalisé en 1878 par N. Otto ce qui explique les noms de cycle de Beau de Rochas ou cycle de Otto.

Le cycle suivi est présenté sur la figure suivante :

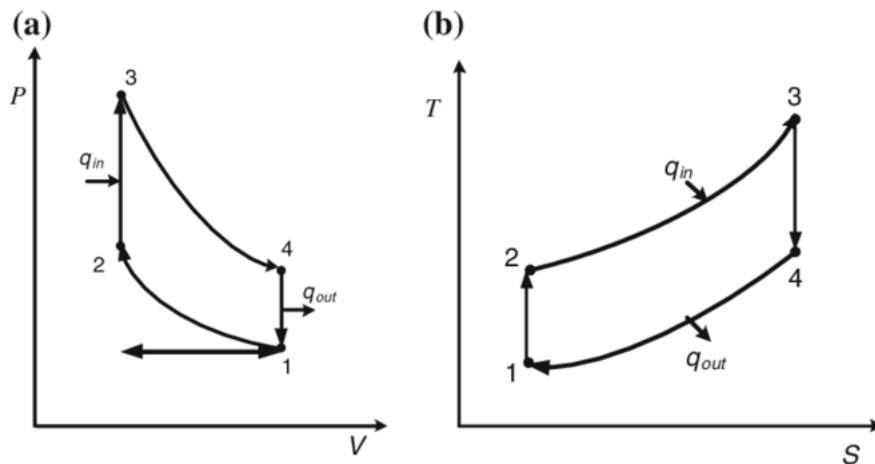


FIGURE 2.1 – Cycle de Beau de Rochas dans le diagramme de Clapeyron (P,V) (a) et dans le diagramme entropique (T,S) (b) - Les deux isentropes sont $1 \rightarrow 2$ (compression) et $3 \rightarrow 4$ (détente) et les deux isochores $2 \rightarrow 3$ (explosion du mélange) et $4 \rightarrow 1$ (échappement des gaz).

Écrivons les différentes étapes du cycle :

- $M \rightarrow 1$: admission du mélange à pression constante, de V_{min} à V_{max}
- $1 \rightarrow 2$: compression adiabatique et réversible (isentropique, on néglige les frottements et la diffusion thermique étant sur des temps suffisamment courts)
- $2 \rightarrow 3$: combustion des gaz par apport de chaleur à volume constant (combustion rapide)
- $3 \rightarrow 4$: détente supposée adiabatique réversible (isentropique)
- $4 \rightarrow 1$: ouverture de la soupape d'échappement, évacuation de la chaleur à volume constant

On cherche alors à déterminer le rendement du cycle de Beau de Rochas, sous l'hypothèse que l'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient de Laplace $\gamma = 1.4$:

Le rendement est ici défini par $\eta = \frac{-W}{Q_C}$ où Q_C définit ici au transfert thermique donné au système {air + essence}.

lors de l'étape $2 \rightarrow 3$. On peut alors réécrire les étapes du systèmes d'un point de vue thermodynamique :

- $M \rightarrow 1$ et de $1 \rightarrow M$: se compensent
- $1 \rightarrow 2$: évolution isentropique : loi de Laplace ! $T_1 V_{max}^{\gamma-1} = T_2 V_{min}^{\gamma-1}$
- $2 \rightarrow 3$: apport de chaleur $Q_C = c_v(T_3 - T_2)$
- $3 \rightarrow 4$: évolution isentropique : loi de Laplace $T_3 V_{min}^{\gamma-1} = T_4 V_{max}^{\gamma-1}$
- $4 \rightarrow 1$: évacuation de la chaleur $Q_F = c_v(T_1 - T_4)$

Démo de Laplace

C'te vidéo

Avec les écritures de la loi de Laplace, il vient directement $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\alpha}^{\gamma-1}$ avec $\alpha = V_{max}/V_{min}$ le rapport de compression. De même $\frac{T_3}{T_4} = \frac{1}{\alpha}^{\gamma-1}$. Avec ces relations sur les T_i , on peut aussi montrer $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$. On a donc, toujours avec les bilans $\Delta_{cycle} U = 0$ et $\Delta_{cycle} S = 0$, on a

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{-W}{Q_C} \\ \eta &= 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \\ \eta &= 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \\ \eta &= 1 - \frac{T_1}{T_2} \\ \eta &= 1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1}\end{aligned}$$

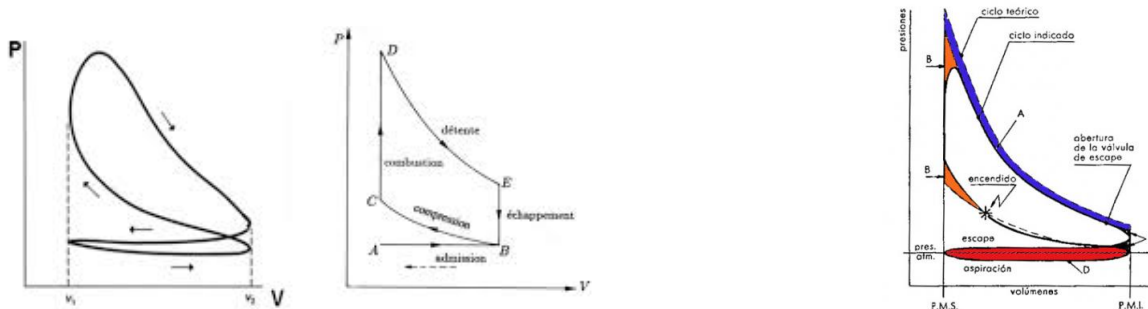
OdG

Pour un moteur à essence typique, $\alpha = 8$, soit avec $\gamma = 1$, un rendement $\eta = 0.56$. On peut comparer ce rendement au rendement de Carnot associé, avec $T_F = 25^\circ\text{C}$ et $T_C = 950^\circ\text{C}$, qui vaut $\eta_C = 0.76$. Le rendement du cycle de Beau de Rochas est donc complètement minable. Et encore c'est le rendement maximum obtenu avec un cycle parfait ! On se doute bien que le cycle réel est déformé par rapport au cycle théorique.

Remarque

On remarque que le rendement augmente avec le taux de compression. On pourrait alors augmenter η en augmentant α . Le problème est que qu'à partir d'une certaine valeur de α , le gaz s'enflamme spontanément. Ce phénomène n'est pas voulu dans ce moteur de Beau de Rochas mais mis à profit dans le cycle de Diesel.

Comparons les deux cycles :



(a) **Comparaison des cycles réel et théorique de Beau de Rochas**
- On s'aperçoit que l'admission/échappement des gaz entre 1 et 5 ne se compensent plus, ce qui crée un travail reçu qui n'est pas moteur.

(b) **Superposition des deux cycles** - L'aire du cycle est moins grande ce qui traduit une diminution du travail mécanique délivré par le moteur.

Origine des différences réel/théorique :

- Les étapes d'admission et d'échappement du mélange entre 1 et 5 ne se compensent plus : il y a un petit cycle parcouru dans le sens anti-horaire, ce travail n'est donc pas moteur, c'est le travail de pompage.
- Les étapes de combustion et d'évacuation de la chaleur ne sont pas instantanées donc pas à volume constant, par exemple l'allumage des bougies doit se faire un peu avant que le piston n'atteigne son Point Mort Haut. Cela se traduit sur le cycle par une courbure des isochores, donc une diminution de l'aire et donc une diminution du travail fourni.
- Dans le moteur réel, les gaz chauds transmettent une quantité importante de chaleur aux parois du cylindre. Les lignes de compression et de détente ne sont plus adiabatiques donc plus modélisables par la loi de Laplace mais par une évolution polytropique $PV^n = C^C, n \neq \gamma$.
- Les gradients de pression et de température entraînent des irréversibilités qui diminuent le rendement obtenu.
- Les capacités thermiques des gaz augmentent avec la température donc l'écriture de $Q_C = c_v(T_3 - T_2)$ n'est plus valable.

Pédagogie

Commencer par montrer le cycle réel et dire qu'on le modélise comme celui de gauche

Finalement, on peut comparer le rendement théorique de 0.76 à un rendement réel. Expérimentalement, on trouve $\eta = 0.2 - 0.3$, ce qui est encore plus éclaté au sol. On distingue bien le facteur 2 qui marque la distinction théorique/réel.

Comme précisé, avec un taux de compression α trop important, on risque d'avoir une explosion spontanée du gaz. ce phénomène est mis à profit dans les moteurs Diesel.

2.2 Moteur Diesel

Le moteur/cycle de Diesel (R. Diesel 1893) est une variante du cycle de Beau de Rochas, toujours à 4 temps. Le changement réside donc dans l'allumage de la combustion réside dans la compression élevée de *l'air seul* et en injectant le carburant après. Sur le cycle, cette différence est visible sur la portion 2 → 3 qui était une isochore est remplacée par une isobare car, dans le moteur Diesel le combustible est injecté sous pression en 2, de façon assez progressive.

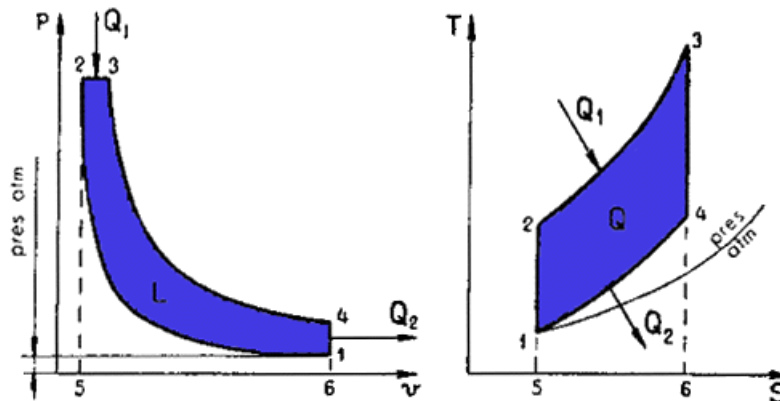


FIGURE 2.3 – Cycle de Diesel dans le diagramme de Clapeyron (P, V) et dans le diagramme entropique (T, S) - Les deux isotropes sont 1 → 2 (compression) et 3 → 4 (détente). 2 → 3 est une évolution isobare, qui change du Beau de Rochas, (injection du combustible/essence) et 4 → 1 est une évolution isochore (échappement des gaz).

Les différentes étapes du cycle sont donc :

- 0 → 1 : admission du mélange à pression constante, de V_{min} à V_{max}
- 1 → 2 : compression adiabatique et réversible (isentropique, on néglige les frottements et la diffusion thermique étant sur des temps suffisamment courts) et le combustible est introduit en 2

- 2 → 3 : combustion des gaz par apport de chaleur à volume constant (combustion rapide)
- 3 → 4 : détente supposée adiabatique réversible (isentropique)
- 4 → 1 : ouverture de la soupape d'échappement, évacuation de la chaleur à volume constant

Déterminons maintenant le rendement d'un tel cycle en réutilisant le calcul effectué pour le cycle Beau de Rochas, avec toute fois une subtilité importante. En effet, comme l'étape 2 → 3 est devenue isobare, l'égalité $Q_C = c_v(T_3 - T_2)$ n'est plus vrai, il faut écrire le premier principe appliqué aux écoulements (P constant) qui donne $Q_C = c_p(T_3 - T_2)$ avec $c_p = \frac{\partial H}{\partial T}_P$ la capacité thermique à pression constante.

Une autre conséquence de ce changement d'évolution 2 → 3 est l'introduction d'un troisième volume caractéristique, on en maintenant 3, V_1, V_2, V_3 . L'écriture des évolutions isentropique permet d'écrire

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1}$$

On a donc 2 rapports de volumes à exprimer : le *taux de compression* $\alpha_{\text{comp}} = \frac{V_1}{V_2}$ et le *rapport de détente* (franchement niveau pédagogie changer taux en rapport ça pue, bravo le Perez!) $\alpha_{\text{det}} = \frac{V_1}{V_3}$.

On a alors :

$$\begin{aligned} \eta_D &= \frac{-W}{Q_C} \\ \eta_D &= 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \\ \eta_D &= 1 + \frac{c_v}{c_p} \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \\ \eta_D &= 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \\ \eta_D &= 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha_{\text{det}}^{-\gamma} - \alpha_{\text{comp}}^{-\gamma}}{\alpha_{\text{det}}^{-1} - \alpha_{\text{comp}}^{-1}} \end{aligned}$$

OdG

Pour $\gamma = 1.4$, $\alpha_{\text{comp}} = 14$ et $\alpha_{\text{det}} = 9$, on trouve $\eta_D = 0.62$, c'est mieux que Beau de Rochas!

Remarque

Pour les moteurs actuels, la portion isobare 2 → 3, est remplacée par 2 → 2.5 isochore et 2.5 → 3, isobare car l'injection du combustible est avancé. On parle alors de *cycle mixte*

3 Machines frigorifiques

Autre plan

- Diagramme des frigoristes : comme dans le $\blacktriangle J'intègre$.
- Frigo : Les valeurs ne sont plus les mêmes mais y a tout dans le $\blacktriangle J'intègre$, se baser là dessus pour les calculs.

3.1 Diagramme des frigoristes

△ *J'intègre* p.982

On change de vision car P, V n'est plus adapté. Puisque $\Delta h = q + w_u$, alors on représente en P, h . Présenter les isotherme-chore et compagnie. Dire que l'état du système est donné par un point et qu'on accède alors à toutes les caractéristiques. C'est un gigantesque handbook qui nous donne même les info sur le caractère non-idéal.

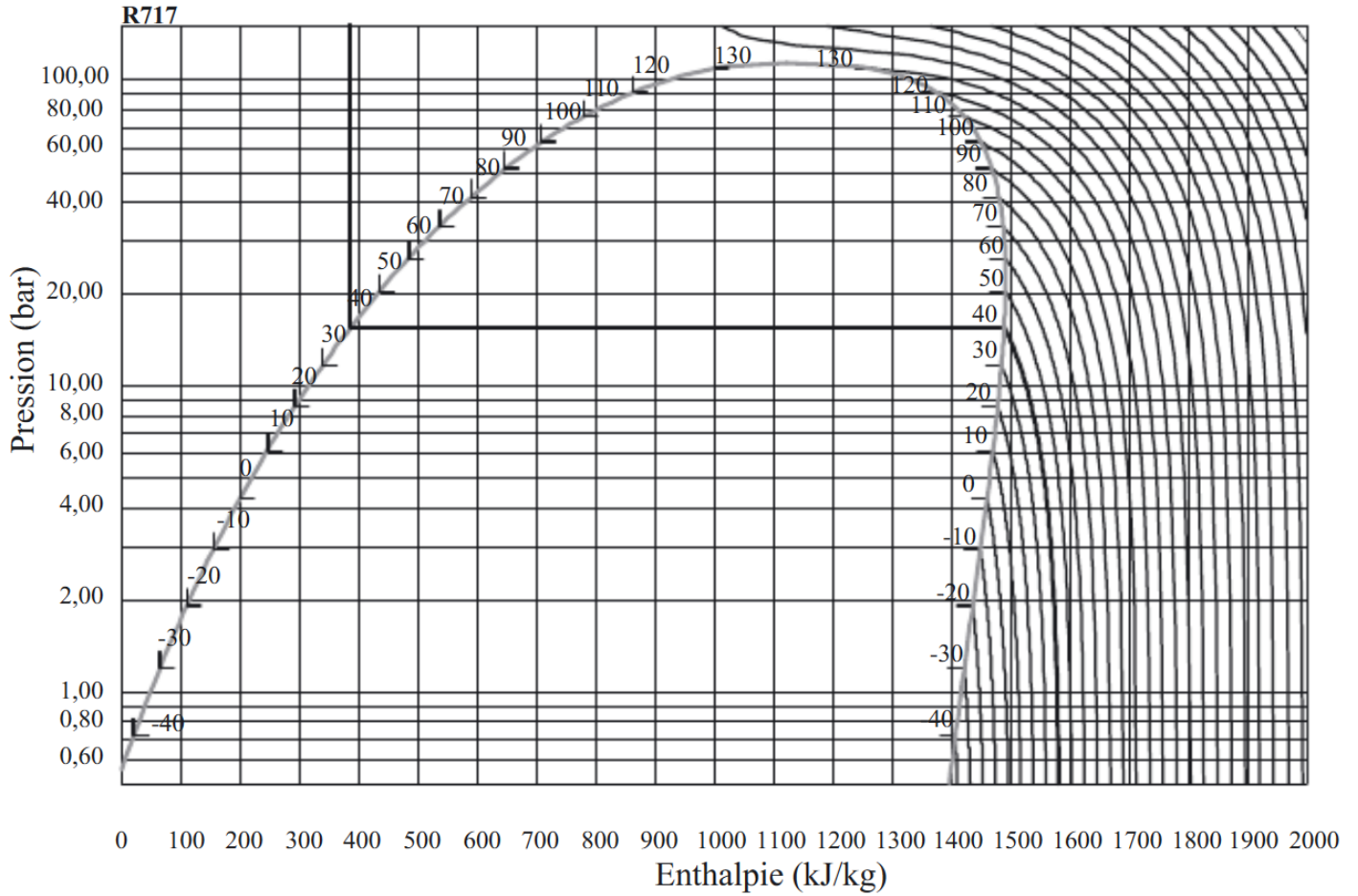


FIGURE 3.1 – Isothermes (extrait du *J'intègre*)

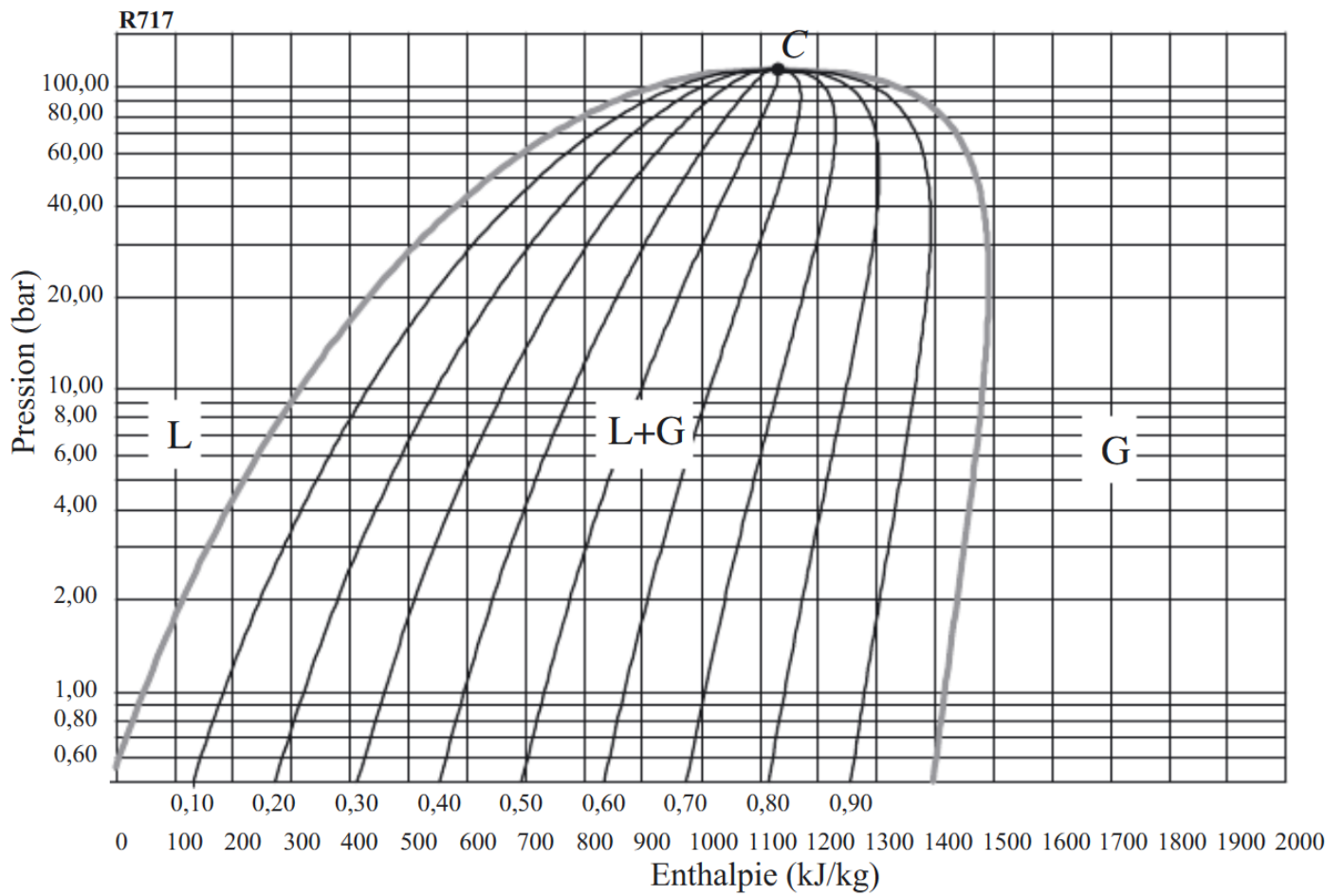


FIGURE 3.2 – Isotitres (extrait du J'intègre)

R717

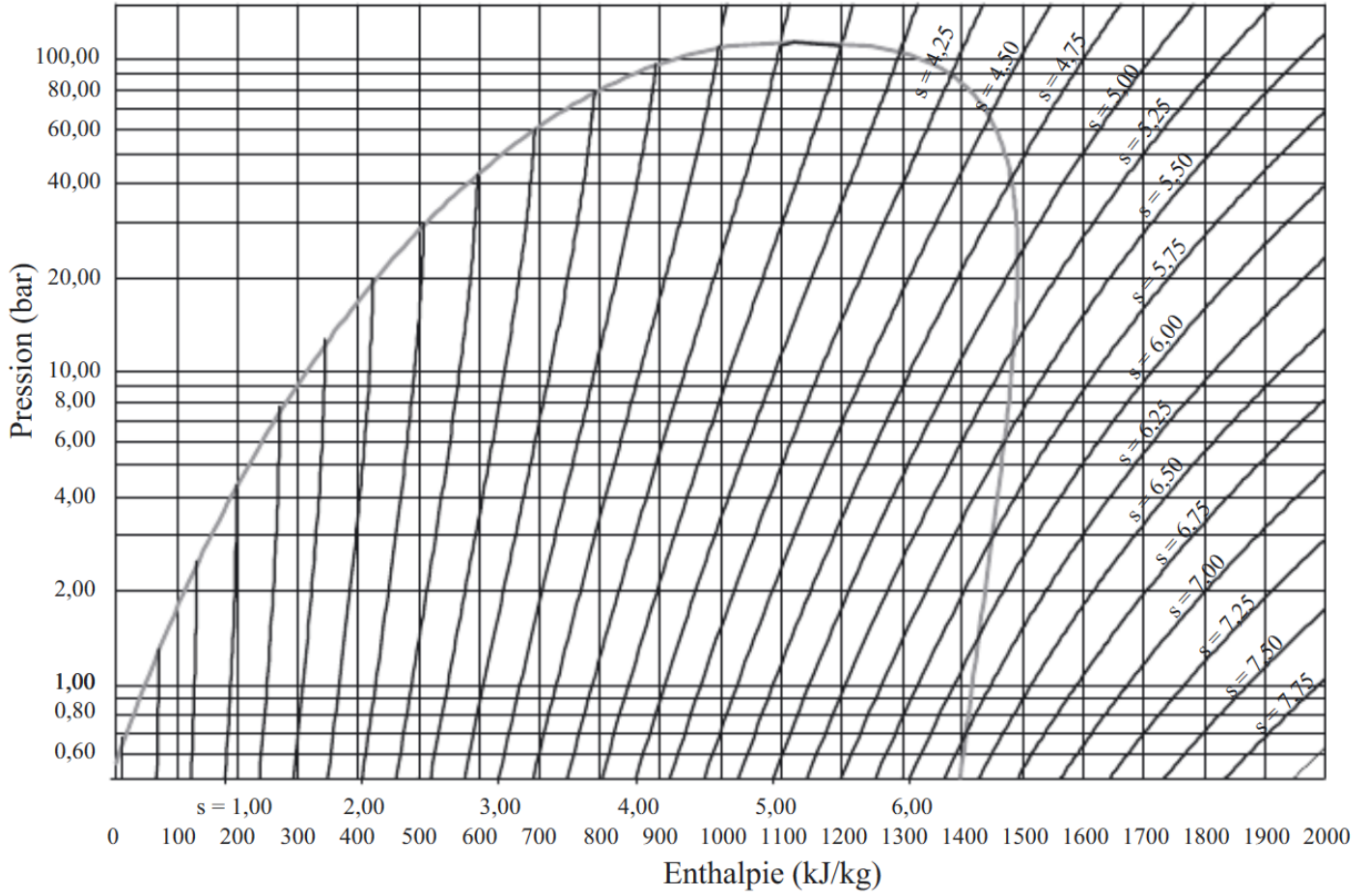


FIGURE 3.3 – Isentropes (extrait du J'intègre)

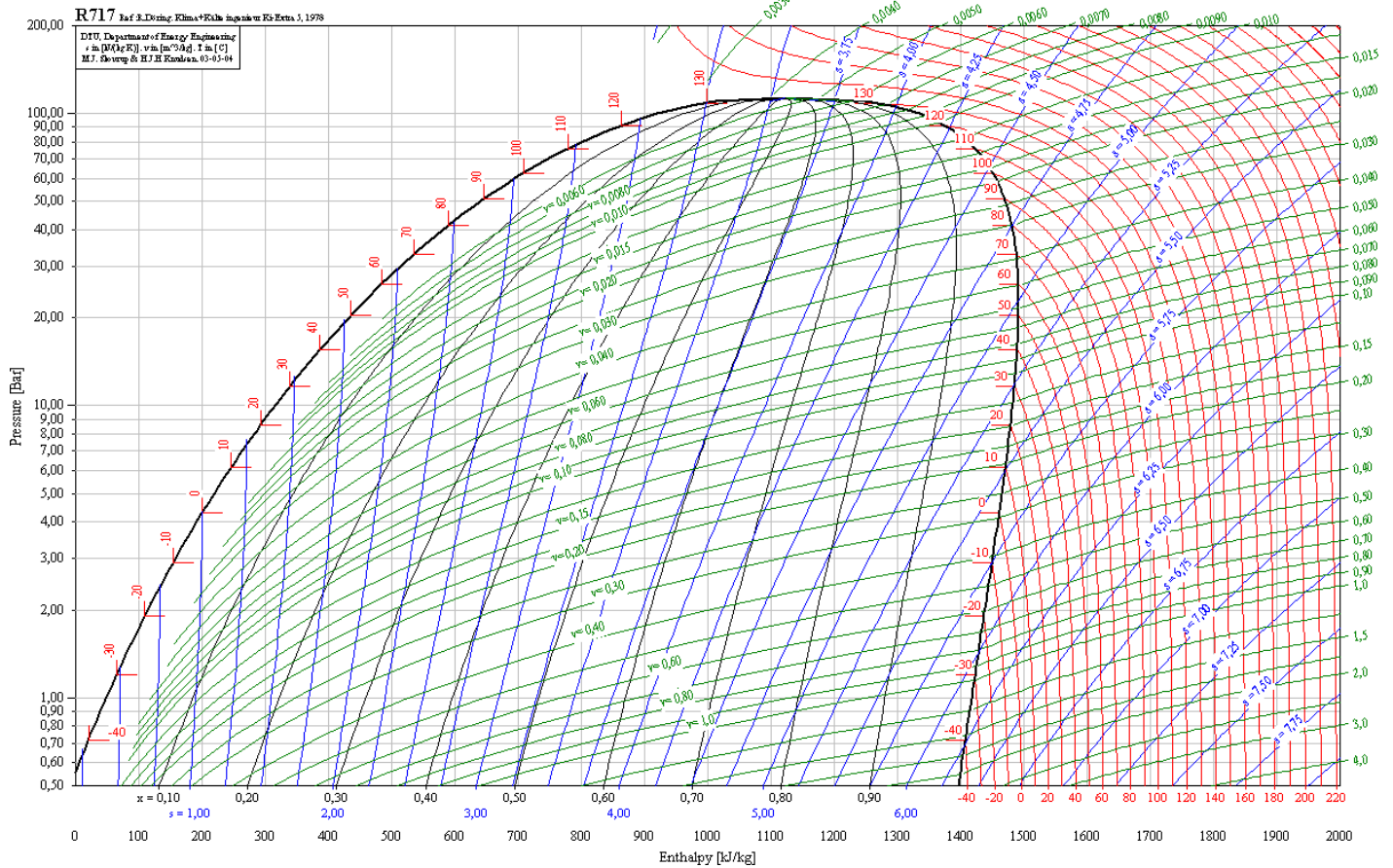


FIGURE 3.4 – Diagramme complet

3.2 Principe du frigo

- ▣ Çengel, p.524
- ▣ J'intègre p.982

On va à présent parcourir le cycle dans l'autre sens, afin de consommer le travail et d'utiliser l'énergie dans un transfert thermique utile (ici on veut refroidir la source froide). La particularité ici est qu'on introduit en plus les notions de changement d'état.

Le cycle est décrit sur la Figure ci-dessous

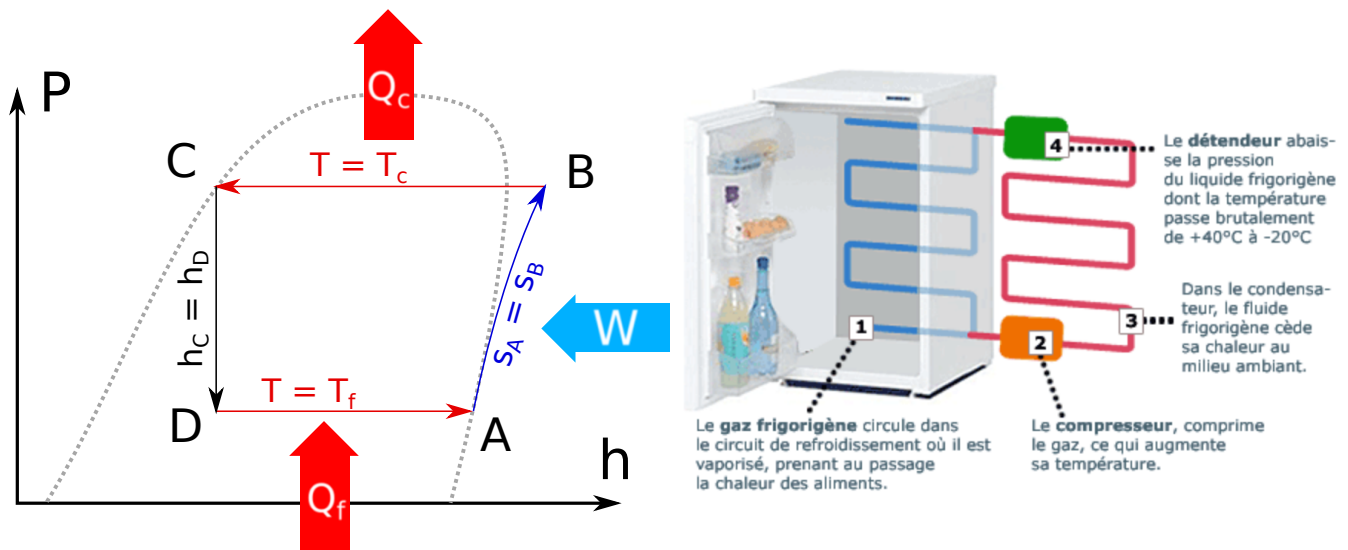


FIGURE 3.5 – Le cycle du liquide frigorigère est représenté à gauche, à droite peut s’amuser à associer à chaque étape la bonne transformation (indice : une compression correspond à une augmentation de la pression!)

Remarque

On aurait pu imaginer un cycle de Carnot inversé puisqu’étant réversible, il a une efficacité maximale... Mais en pratique, il n’existe pas de compresseur ni de détente réversible.

On cherche alors à calculer les caractéristiques de cette machine :

Données

$$\begin{cases} P_{max} = 8.0 \text{ hPa} \\ P_{min} = 14 \text{ hPa} \\ D_m = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases} \implies \begin{cases} h_A = 239.16 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ h_B = 275.39 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ h_C = 95.47 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ h_D = 95.47 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \end{cases}$$

Puissance utile Le transfert utile est q_f , il est récupéré pendant la vaporisation :

$$q_f = q_{4 \rightarrow 1} = h_A - h_D = 143.69 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Ainsi la puissance utile est :

$$\mathcal{P}_u = D_m q_f = 7.18 \text{ kW}$$

Coût La machine consomme un travail pendant la compression

$$w = h_B - h_A = 179.92 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Ce qui correspond à une puissance consommée

$$\mathcal{P}_{cons} = D_m w = 1.81 \text{ kW}$$

Efficacité On accède alors facilement à l’efficacité :

$$e = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_{cons}} = 3.97$$

Remarque

Si la détente avait été isentropique (cycle de Carnot inversé), le point D se serait retrouvé un peu plus à gauche et donc q_f aurait été plus grand. De plus, la transition $C \rightarrow D$ pourrait créer un

travail (récupérable) qui se soustrait au coût w ! On calcule alors une nouvelle efficacité $e = 5.07$.

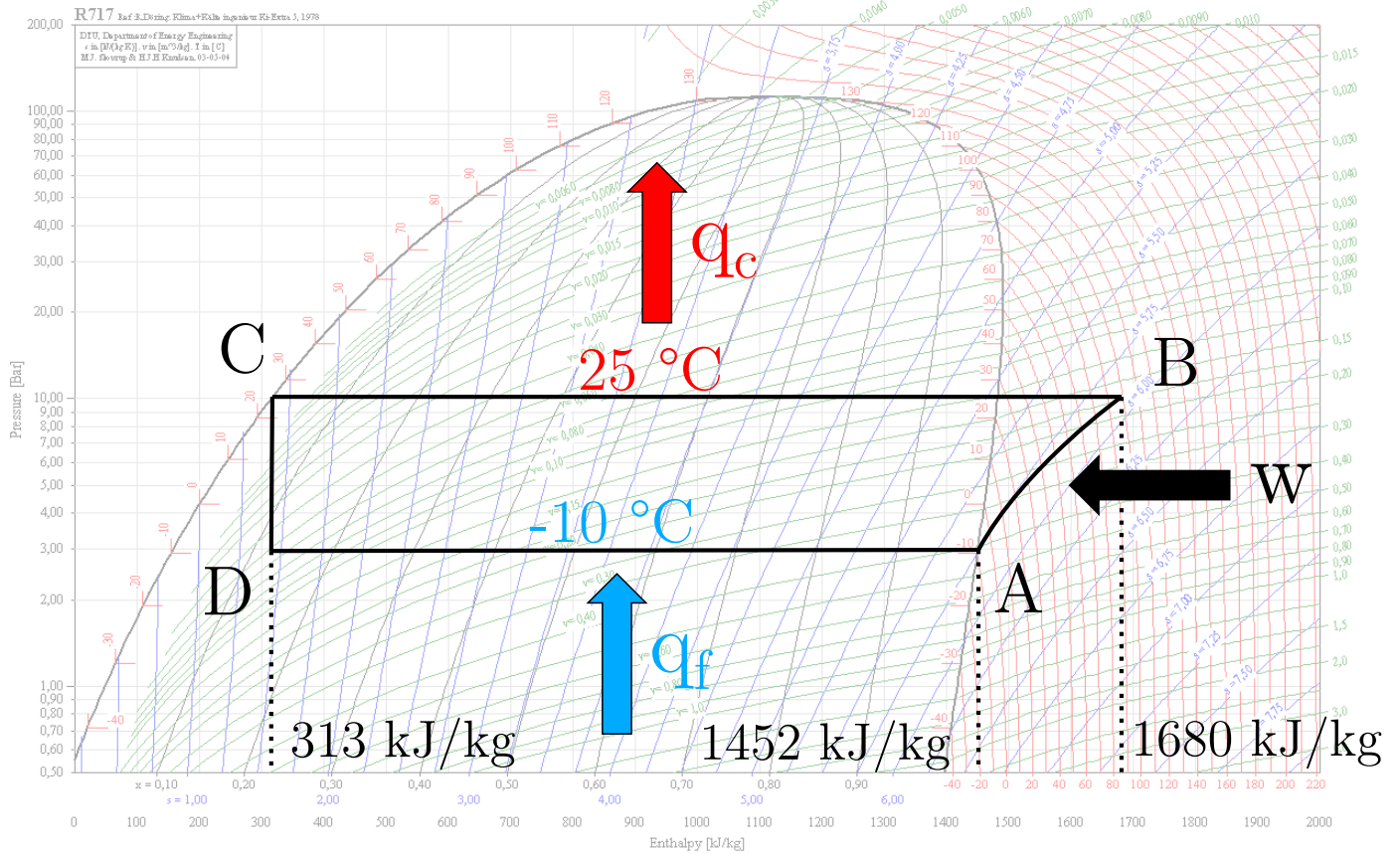


FIGURE 3.6 – Cycle du J'intègre avec les valeurs qui vont bien.

4 Questions

★ Diagramme de Clapeyron ?

Représentation en (P, V) .

Non ça c'est Watt ! Clapeyron, c'est (P, V_m)

★ Théoriques ou empiriques les diagrammes présentés ?

Certaines courbes sont empiriques (rosée, ébullitions) et le reste théorique

★ Diagramme de Raveau

★ Hyp de Laplace

GP évolution adiabatique réversible, γ constant, du coup bof pour un moteur réel mais on commence avec ça

★ Pour quelles machines on a le rendement de Carnot ?

Machine qui a un cycle de Carnot

★ Moteur réel ?

Evolution empirique et on essaie de la rapprocher de modèles théorique

★ Si t'as un cycle réversible, t'es content ? Tu pars d'un cycle réel et en faisant en sorte de tout rendre isentropique tu arrives à un cycle parfait. Tu es content avec ça ?

Réversible ça suppose des transformations quasi-statiques donc super lents et puissance nulle

★ Améliorer le rendement du cycle de Beau de Rochas

Bien calorifuger, limiter les pertes du piston

★ Pourquoi utiliser le diagramme des frigoristes ?

Pour les frigos, c'est l'enthalpie qui t'intéresse donc on la met en abscisse

★ Qu'est ce que ces courbes (p, H) apportent ? Genre les isothermes ça apporte quoi ?

Ça intéresse le constructeur mais pas nous ça nous intéresse pas dans l'étude

★ Efficacité du frigo de 5 ?

Possible d'avoir un rendement supérieur à 1 car plus simple de passer de W à Q que l'inverse

★ C'est quoi l'OdG de changement de rendement ?

de 5 à 6.5 pour parfait à réel

★ Pourquoi un changement de phase ?

★ Pourquoi on utilise pas de l'eau dans les frigos ?

Ça gèle

★ Mais pourquoi on utilise pas de l'eau salée ?

Chaleur latente

★ Qui est arrivé en premier, la thermo ou les machines thermiques ?

Machines thermiques et les ingénieurs

★ Meilleurs rendements ?

Conversion électro-mécanique

★ Yep mais quel rendement ?

80 % pour la MCC

★ Quel est le plus intéressant entre Diesel et essence ?

Essence plus puissant mais plus consommateur (rendement moindre)